

1. Электромагнитные волны. Свойства электромагнитных волн. Шкала электромагнитных волн.

Переменные электрические поля порождают переменные магнитные и наоборот. Переменное электромагнитное поле распространяющееся в пространстве называется электромагнитной волной. Электрические и магнитные компоненты подчиняются следующим (В однородной изотропной среде, вдали от зарядов и токов они подчиняются уравнениям) уравнениям:

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad \Delta \vec{H} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0 \quad \text{— волновые уравнения (Вывод из уравнения Максвелла. } E > H \text{ в } 10\text{-}15 \text{ раз } \Rightarrow \text{ рассматриваем относительно } E)$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad \text{— оператор Лапласа}$$

Решение этих уравнений имеет вид волн.

v — фазовая скорость волны

μ — магнитная проницаемость среды

ε — диэлектрическая проницаемость среды

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0}}$$

$\varepsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/М}$ — электрическая постоянная

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/М}$ — магнитная постоянная

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}}, \quad c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ М/с}$$

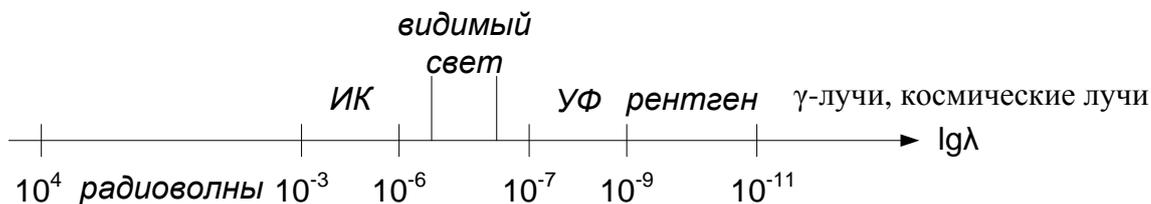
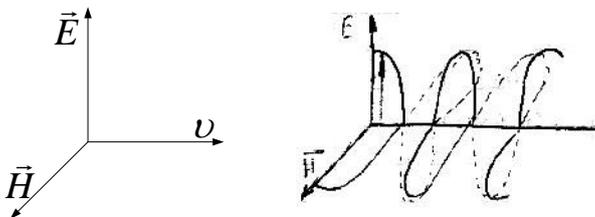
$n = \sqrt{\varepsilon \mu}$ — показатель преломления среды

$$v = \frac{c}{n}$$

Свойства электромагнитных волн:

Поперечность — вектора \vec{E} , \vec{H} и v образуют правую тройку векторов (крутя от E к H вкручиваемся в v).

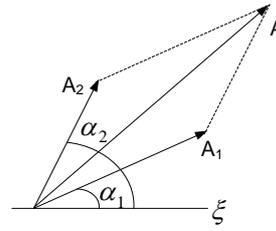
Векторы \vec{E} и \vec{H} колеблются в одной фазе, а модули связаны соотношением $\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} E = \sqrt{\mu \mu_0} H$



2. Интерференция света. Когерентность. Получение когерентных пучков.

Интерференция возникает при наложении 2х или нескольких волн одинаковой частоты и заключается в их взаимном ослаблении в одних случаях и усилении в других в зависимости от фаз складывающихся колебаний. Волны, которые вызывают колебания с постоянной по времени разностью фаз или одинаковой частотой, называются когерентные. Только они интерферируют. При интерференции энергия перераспределяется в пространстве. Обычные источники света некогерентные, т. к. атом излучает энергию порциями (цуги).

$$\begin{aligned} \xi_1 &= A_1 \cos(\omega t + \alpha_1) \\ \xi_2 &= A_2 \cos(\omega t + \alpha_2) \\ \xi &= \xi_1 + \xi_2 \\ A^2 &= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1) \\ I &= I_1 + I_2 + \underbrace{2\sqrt{I_1I_2} \langle \cos(\alpha_2 - \alpha_1) \rangle}_{\text{интерференционный член}} \end{aligned}$$



$$I \sim A^2$$

$\langle \rangle$ — усреднение

если $\alpha_2 - \alpha_1$ меняется со временем хаотически $\Rightarrow \cos(\alpha_2 - \alpha_1) = 0$ интерференции нет.

если $\alpha_2 - \alpha_1$ не меняется со временем ($= const$).

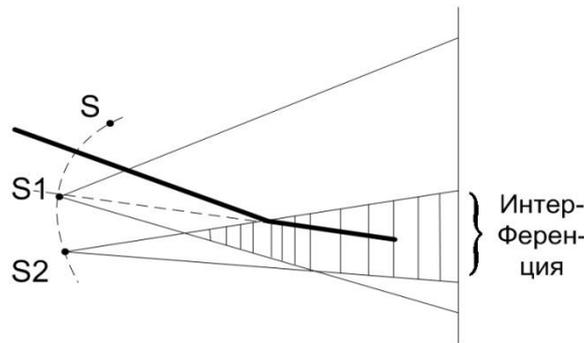
$$I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \langle \cos(\alpha_2 - \alpha_1) \rangle$$

$$I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1I_2} \langle \cos(\alpha_2 - \alpha_1) \rangle$$

Получение когерентных пучков.

Методом разделения светового пучка, чтобы колебания были вызваны одним цугом.

Зеркало Френеля.



3. Расчёт интерференционной картины от двух точечных когерентных источников.

$$L \approx l_1, l_2$$

$$n_1 = n_2 = 1$$

Δ — оптическая разность хода

L — расстояние до экрана

$$\Delta = l_1 n_1 - n_2 l_2$$

$$(l_1 - l_2)(l_1 + l_2) = \Delta \cdot 2L$$

$$(l_1 - l_2)(l_1 + l_2) = l_1^2 - l_2^2 = \left(L^2 + \left(x_m + \frac{a}{2} \right)^2 \right) - \left(L^2 + \left(x_m - \frac{a}{2} \right)^2 \right) = x_m^2 + \frac{a^2}{4} + \frac{2ax_m}{2} - x_m^2 - \frac{a^2}{4} + ax_m$$

$$= 2ax_m$$

$$\underbrace{(l_1 - l_2)}_{\Delta} \underbrace{(l_1 + l_2)}_{2L} = 2ax_m$$

$$\Rightarrow \Delta \cdot 2L = 2ax_m \Rightarrow \Delta = \frac{ax_m}{L}$$

$$\max_{\Delta} = l_1 n_1 - n_2 l_2 = m\lambda$$

$$\min_{\Delta} = l_1 n_1 - n_2 l_2 = \frac{(2m+1)\lambda_0}{2}$$

Где m — порядок интерференционного $\max(\min)m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$

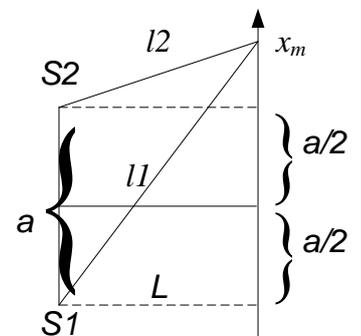
λ_0 — длина волны в вакууме

$$\text{Положение } \max: \frac{ax_m}{L} = m\lambda_0; x_{max} = \frac{m\lambda_0 L}{a}$$

$$\min: \frac{ax_m}{L} = \frac{(2m+1)\lambda_0}{2}; x_{max} = \frac{(2m+1)\lambda_0 L}{2a}$$

Ширина интерференционной полосы — расстояние между 2 соседними \max или \min .

$$x_{m+1} - x_m = \frac{(m+1)\lambda_0 L}{a} - \frac{m\lambda_0 L}{a} = \frac{\lambda_0 L}{a} \text{ для } \max$$



4. Интерференция в тонких плёнках. Полосы равной толщины. Кольца Ньютона.

$\Delta = n(CB + BA) - \left(AE - \frac{\lambda_0}{2}\right)$ — потеря полдлины волны. Возникает при отражении волны от оптически более плотной среды, при этом фаза волны меняется на π .

$$\sin i_1 = n \sin i_2$$

$$\text{Из } \triangle ABD \text{ и } \triangle BCD \Rightarrow \Delta = \frac{2dn}{\cos i_2} - AC \sin i_1 - \frac{\lambda_0}{2}$$

$$\frac{AD}{d} = \tan i_2 \quad AC = 2AD = 2d \tan i_2$$

$$\Delta = \frac{2dn}{\cos i_2} - \frac{2dn \sin^2 i_2}{\cos i_2} - \frac{\lambda_0}{2}$$

$$\Delta = \frac{2dn}{\cos i_2} (1 - \sin^2 i_2) - \frac{\lambda_0}{2}$$

$$\Delta = 2dn \cos i_2 - \frac{\lambda_0}{2}$$

$$\text{min: } 2dn \cos i_2 - \frac{\lambda_0}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0 + \frac{\lambda_0}{2}$$

$$\text{max: } 2dn \cos i_2 - \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0$$

Кольца Ньютона — интерференционная картина с чередующимися темными и светлыми полосами.

$$\cos i_2 = \cos 0 = 1$$

$$\Delta = 2dn + \frac{\lambda_0}{2} \text{ — видно из рисунка}$$

$$\text{min: } 2dn + \frac{\lambda_0}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}$$

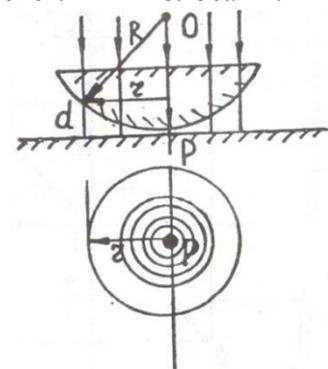
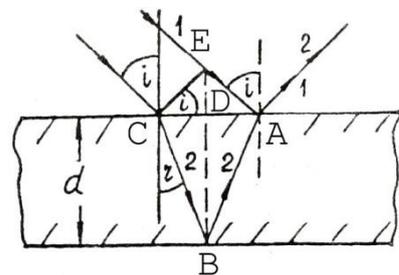
$$r^2 = R^2 - (R - d)^2 = R^2 - R^2 - d^2 + 2Rd; \quad r^2 \approx 2Rd$$

$$2dn = \frac{r_m^2}{R} = m\lambda_0 \Rightarrow r_{m \text{ темного}} = \sqrt{m\lambda_0 R}$$

$$\text{min: } 2dn + \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0$$

$$\frac{r_m^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0 \Rightarrow r_{m \text{ светлого}} = \sqrt{\frac{(2m+1)\lambda_0 R}{2}}$$

Полосы равной толщины возникают при падении параллельного пучка света на призму. Их появление обусловлено соотношением радиуса кольца и толщины прослойки d . В проходящем свете тёмные кольца определяются тем же условием, что и светлые в отражённом. И наоборот.



5. Дифракция света. Принцип Гюйгенса-Френеля. Метод зон.

Дифракция — явление огибания волнами препятствий. Волновой фронт — геометрическое место точек, колеблющихся в одной фазе.

Принцип Гюйгенса-Френеля.

Каждая точка, до которой дошел волновой фронт, становится источником нового огибания. Последующее положение волнового фронта является огибающей волновых фронтов фиктивных источников. Вторые источники когерентны. Площадки равной площади излучают одинаковую энергию. Количество энергии, пришедшей в точку наблюдения, зависит от ориентации площадки.

Зоны Френеля — кольцеобразные, полученные образующими $\frac{n\lambda}{2} + L$.

Амплитуда сигналов в точке M .

тах — I зона, меньше — II зона.

Длины волн образующих отличаются на $\frac{\lambda}{2}$, соседние зоны действуют в противофазе.

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + A_5 - \dots$$

$$A_i = \frac{A_{i-1} + A_{i+1}}{2}$$

$$A = \frac{A_1}{2} + \underbrace{\left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2}\right)}_{=0} + \underbrace{\left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2}\right)}_{=0} + \dots$$

Действие открытого волнового фронта равно половине действия I зоны Френеля. $A = \frac{A_1}{2}$

Радиус зон Френеля.

h_i — высота сферического сегмента

$$r_i^2 = R^2 - (R - h_i)^2 = \left(L + i \frac{\lambda}{2}\right)^2 - (L + h_i)^2$$

$$r_i^2 = 2Rh_i - h_i^2 = iL\lambda + \left(i \frac{\lambda}{2}\right)^2 - 2Lh_i - h_i^2$$

$$r_i^2 = 2Rh_i = iL\lambda + \left(i \frac{\lambda}{2}\right)^2 - 2Lh_i \rightarrow 0$$

$$2h_i(R + L) = iL\lambda; h_i = \frac{iL\lambda}{2(R+L)}$$

$S_i = 2\pi R h_i$ — площадь сектора

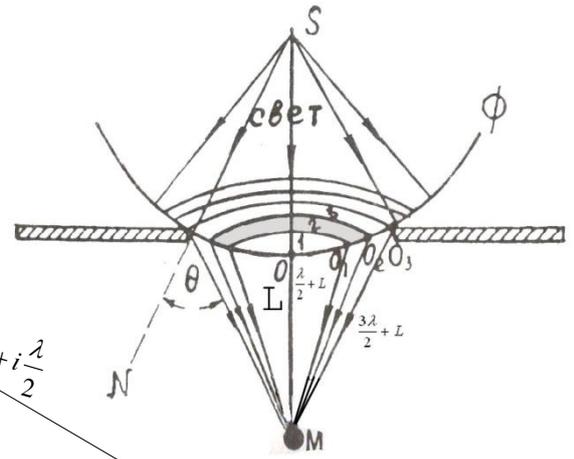
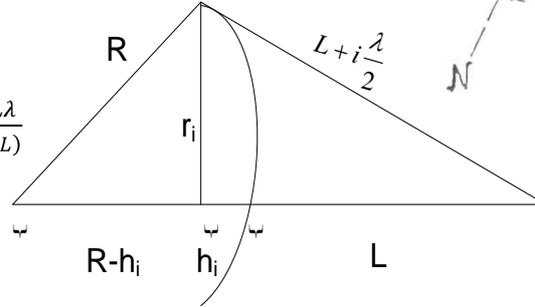
$\delta_i = 2\pi R h_i$ — площадь зоны Френеля

$$\delta_i = S_i - S_{i-1} = \frac{2\pi R L \lambda}{2(R+L)} (i - (i-1)) = \frac{\pi R L \lambda}{(R+L)}$$

Радиус зоны Френеля:

$$r_i^2 = R^2 - (R - h_i)^2; r_i^2 \approx 2Rh_i$$

$$r_i = \sqrt{2R \frac{iL\lambda}{2(R+L)}} = \sqrt{R \frac{iL\lambda}{(R+L)}}$$



6. Дифракция Фраунгофера на щели и на решётке.

Из треугольника $\Rightarrow \frac{\lambda}{2} = h \sin \varphi$

$$h = \frac{\lambda}{2 \sin \varphi}$$

m — число зон

$$m = \frac{b}{h} = \frac{b \sin \varphi}{\lambda}$$

Если m — четное, то $2b \sin \varphi = 2m\lambda$

min: $b \sin \varphi = m\lambda$

Если m — нечетное, то

$$\text{max: } b \sin \varphi = \frac{2m+1}{2} \lambda$$

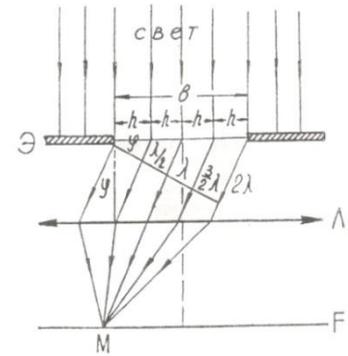
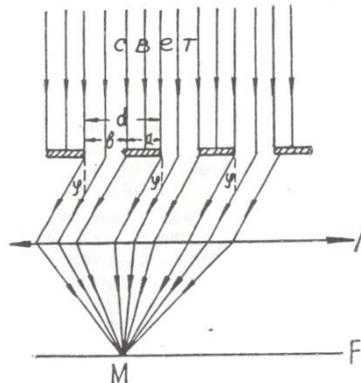
Дифракционная решетка — совокупность большого числа одинаковых параллельных щелей, расположенных на равных расстояниях друг от друга.

Условие главных max: $d \sin \varphi = m\lambda$

Условие главных min: $b \sin \varphi = m\lambda$

Дополнительные min'ы возникают при ослаблении колебаний, вызванных соседними щелями дифракционной решётки

Условие дополнительных min: $d \sin \varphi = \frac{m\lambda}{N}$, N — число щелей.



7. Дифракция Френеля на круглом отверстии и на диске.

Зоны Френеля — кольцеобразные, полученные образующими $\frac{n\lambda}{2} + L$.

Амплитуда сигналов в точке M .

max — I зона, меньше — II зона.

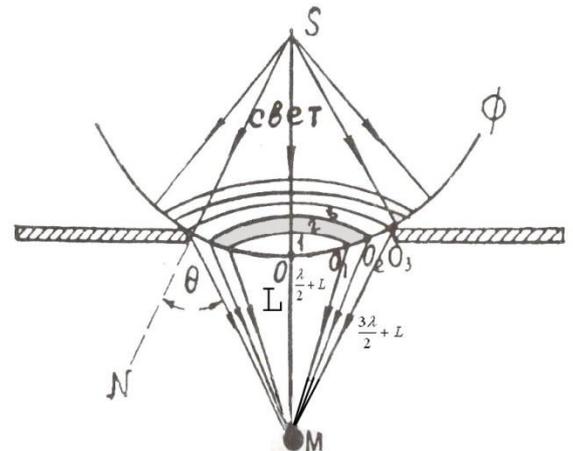
Длины волн образующих отличаются на $\frac{\lambda}{2}$, соседние зоны действуют в противофазе.

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + A_5 - \dots$$

$$A_i = \frac{A_{i-1} + A_{i+1}}{2}$$

$$A = \frac{A_1}{2} + \underbrace{\left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2}\right)}_{=0} + \underbrace{\left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2}\right)}_{=0} + \dots$$

Действие открытого волнового фронта равно половине действия I зоны Френеля. $A = \frac{A_1}{2}$



при i четном: (минимум) $A_i = \frac{A_1 - A_i}{2}$

при i нечетном: (максимум) $A_i = \frac{A_1 + A_i}{2}$

8. Поляризация света. Поляризация при отражении и преломлении. Закон Брюстера

Если колебания не упорядочены то свет называется естественным. Свет называется поляризованным если, колебания векторов E (напряженности электрического поля) и B (индукции магнитного поля) упорядочены. Линейно (плоско) поляризованный свет — свет, образованный колебаниями для которого конец вектора E колеблется вдоль одной прямой. Для получения поляризованного света используют поляризатор.

Закон Брюстера:

При угле падения, определяемого соотношением $\tan i_1 = n_{21}$, отраженный луч является плоскополяризованным (содержит только колебания, перпендикулярные плоскости падения), а преломленный луч поляризуется максимально, но не полностью (колебания, параллельные плоскости падения).

$$\tan i_1 = n_{21}$$

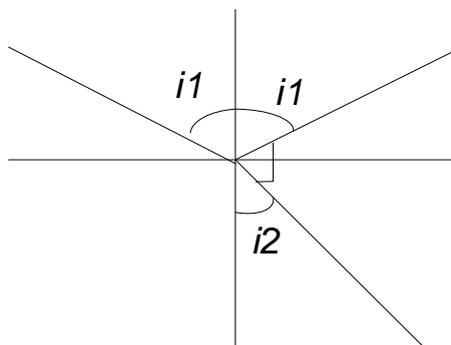
$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{n_2}{n_1} = \tan i_1 = n_{21} = \frac{\sin i_1}{\cos i_1}$$

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{\sin i_1}{\cos i_1} \Rightarrow \cos i_1 \sin i_1 = \sin i_1 \sin i_2$$

$$\sin i_2 = \cos i_1 = \sin\left(\frac{\pi}{2} - i_1\right)$$

$$i_2 = \frac{\pi}{2} - i_1$$

$$i_1 + i_2 = \frac{\pi}{2}$$



9. Двойное лучепреломление. Поляризация призмы. Закон Малюса.

При прохождении света через исландский шпат ($CaCO_3$), наблюдается раздвоение светового луча — двойное лучепреломление. Оба луча поляризованы во взаимно перпендикулярных направлениях. Двойное лучепреломление объясняется зависимостью скорости света в кристалле — показателя преломления от ориентации электрического вектора световой волны. Направление, при распространении вдоль которого скорость света не зависит от ориентации электрического вектора, называется оптической осью кристалла. При распространении света вдоль оптической оси двойного лучепреломления не происходит. Плоскость, проходящая через оптическую ось и направление луча, называется главным сечением кристалла.

Обыкновенный луч (O) — поляризован \perp плоскости главного сечения.

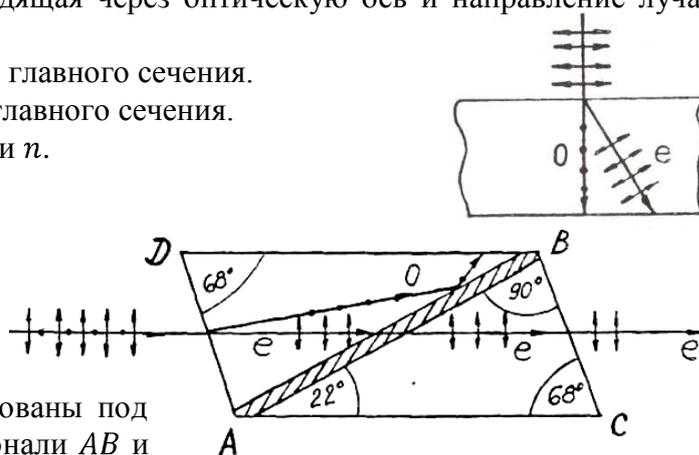
Необыкновенный луч (e) — поляризован в плоскости главного сечения.

Двойное лучепреломление — лучи обладают разными n .

Отрицательный кристалл $n_e \leq n_o$

Положительный кристалл $n_e \geq n_o$

Одноосные двоякопреломляющие кристаллы используются в поляризационных призмах. Призма Николя (I призма) представляет собой специальным образом обработанный кристалл исландского шпата $ADBC$, грани которого отшлифованы под определенными углами; кристалл распилен по диагонали AB и склеен канадским бальзамом с показателем преломления $n = 1,55$. Обработка кристалла и выбор клея (канадский бальзам) делается с таким расчетом, чтобы образовавшийся на входе в призму в результате двойного лучепреломления необыкновенный луч e проходил через призму, а обыкновенный O отклонялся в сторону в результате полного отражения на склеенной границе AB и поглощался зачерненной боковой поверхностью DB .



Закон Малюса: Интенсивность пропущенного света I , прямо пропорциональная квадрату амплитуды колебаний E , связана с интенсивностью падающего света I_0 соотношением $I = I_0 \cos^2 \alpha$. Если падает естественный свет, то $I = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 \alpha$:

$$E = E_{xi} + E_{yi}; \langle E^2 \rangle = \langle E_x^2 \rangle + \langle E_y^2 \rangle$$

$$\langle E_{xy}^2 \rangle = \frac{1}{2} \langle E^2 \rangle$$

10. Тепловое излучение, его характеристики. Закон Кирхгофа.

Тепловое излучение — излучение тел, вызванное их нагреванием — равновесное (все приобретает одну температуру). R — энергетическая светимость тела. Количество энергии, испускаемое единицей поверхности в единицу времени по всем направлениям. $[R] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \text{с}}$ $dR = r_{\nu, T} d\nu$ $r_{\nu, T} d\nu$ — лучеиспускательная способность.

$$r_{\nu, T} = \frac{dR}{d\nu} \quad T — \text{зависимость от температуры, } \nu — \text{зависимость от частоты.}$$

$r_{\nu, T}$ — количество энергии, приходящееся на единицу частоты.

Поглощательная способность — количество энергии поглощенной к падающему потоку.

$A_{\nu, T} = \frac{dW'_{\nu, \nu+d\nu}}{dW_{\nu, \nu+d\nu}}$ — отношение энергии э/м волн, падающих в единицу времени на единицу площади поверхности тела к энергии э/м волн, поглощенных в единицу времени на единицу площади поверхности тела.

Закон Кирхгофа (связь поглощательной и испускающей способности):

Отношение лучеиспускательной и поглощательной способности не зависит от тела и является одной и той же функцией ν и T — универсальная функция Кирхгофа $f(\nu, T)$.

$$\frac{r_{\nu, T}}{A_{\nu, T}} = f(\nu, T)$$

11. Законы абсолютно чёрного тела. Формула Планка.

Закон Стефана-Больцмана: $R^* = \int_0^\infty r_{\nu, T}^* d\nu = \delta T^4$

$$\delta = 5,7 \cdot 10^{-8} = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \text{с} \cdot \text{К}^4} = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}^4} — \text{постоянная степень Больцмана}$$

Закон смещения (Вина)

$$\lambda_m \cdot T = b$$

$$b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$$

$$[\nu, \nu + d\nu] \rightarrow [\lambda, \lambda + d\lambda]$$

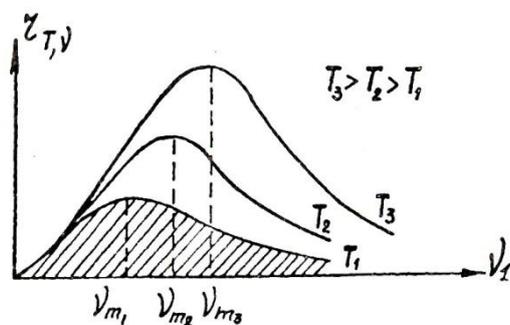
$$r_\nu d\nu = r_\lambda d\lambda$$

$$r_\lambda = \frac{r_\nu d\nu}{d\lambda}$$

$$\nu = \frac{\tilde{n}}{\lambda}; \quad d\nu = -\frac{\tilde{n}}{\lambda^2} d\lambda$$

$$r_\lambda = \frac{\tilde{n}}{\lambda^2} r_\nu$$

Формула Планка



$$r^* = \frac{2\pi\nu^2}{\tilde{n}^2} \cdot \frac{h\nu}{e^{kT} - 1}$$

$$\varepsilon_n = nh\nu; \quad \varepsilon = h\nu$$

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{h\nu}{e^{kT} - 1}; \quad h\nu \ll kT$$

$$h = 6.62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$$

12. Уравнение Эйнштейна. Красная граница фотоэффекта

Внешний фотоэффект – испускание электронов веществом под действием света. Для каждого вещества существует граничная частота ν_0 (или длина волны λ_0) за которой внешний фотоэффект не происходит.

$$h\nu = A_{\text{ВЫХ}} + \frac{mv_{\text{max}}^2}{2}$$

$$\frac{mv_{\text{max}}^2}{2} = \underbrace{eU_3}_{\text{работа сил поля}}$$

$$h\nu = A_{\text{ВЫХ}} + \underbrace{K}_{\text{кинетическая энергия сил поля}}$$

кинетическая энергия сил поля

$$h\nu_{\text{ГР}} = A_{\text{ВЫХ}} + 0$$

$$\nu_{\text{ГР}} = \frac{A_{\text{ВЫХ}}}{h}$$

$$\lambda_{\text{ГР}} = \frac{c}{\nu_{\text{ГР}}} = \frac{hc}{A_{\text{ВЫХ}}}$$

13. Масса и импульс фотона. Корпускулярно-волновой дуализм вещества. Волны де-Бройля.

$$P_{\phi} = m_{\phi}c$$

$$\varepsilon = h\nu$$

$$m_{\phi}c^2 = h\nu$$

$$P_{\phi} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} \text{ — длина волны де-Бройля}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$P_{\phi} = \frac{h}{2\pi} \cdot \frac{2\pi}{\lambda} = \hbar k$$

$$\vec{P}_{\phi} = \hbar \vec{k}$$

Каждой частице с импульсом $p = mv$ присущи свойства волны и частицы — корпускулярно-волновой дуализм.

Опыт Девисона и Джермена. Облучали кристалл никеля

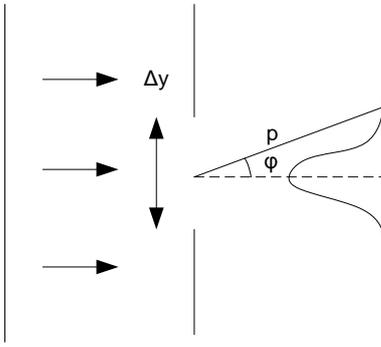
$$\left\{ m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right\} \quad \begin{aligned} p &= mv \\ eU &= m_0 \frac{v^2}{2} \end{aligned} \quad \begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{2eU}{m_0}} \\ \lambda &= \frac{h}{m_0 v} = \frac{h}{\sqrt{m_0 eU}} \end{aligned}$$

14. Принцип неопределённости Гейзенберга.

Для микрочастиц не существует траектории, так как нельзя знать одновременно координату частицы и ее импульс.

$$\begin{cases} \Delta x \Delta p_x \geq \hbar \\ \Delta y \Delta p_y \geq \hbar \\ \Delta z \Delta p_z \geq \hbar \end{cases} \quad \hbar \text{ — постоянная Планка}$$

Чем более точно мы знаем координату, тем менее точно знаем импульс.



15. Волновая функция. Уравнение Шредингера.

Ψ – амплитуда вероятности или волновая пси-функция. Квадрат модуля пси-функции, умноженный на элемент объема, пропорционален вероятности того, что в результате опыта микрочастица находится где-либо в пространстве, равна вероятности достоверного события, т. е. 1.

$$\int |\Psi|^2 dV = 1$$

Если функция удовлетворяет этому условию, то она нормированная.

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) + U(x, y, z) \Psi = E \Psi$$

m – масса частицы

E – полная энергия

$U(x, y, z)$ – потенциальная энергия частицы

$$\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \Psi = 0$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$$\Delta \Psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \Psi = 0$$

16. Движение свободной частицы. Движение частицы в прямоугольной потенциальной яме.

$$U = 0$$

$$\Psi = \underline{A}e^{-i(\omega t - kx)} + \underline{B}e^{-i(\omega t + kx)}$$

$$\Psi = Ae^{-i(\omega t - kx)} \quad |\Psi|^2 = A^2$$

$$\Psi = Ae^{-i(\omega t - kx)} = Ae^{-\frac{i}{\hbar}(\hbar\omega t - \hbar kx)} = Ae^{-\frac{i}{\hbar}(Et - Px)} = \Psi(x, t)$$

Если $U \neq U(t)$, то $\Psi(x, t) = \Psi(x) \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$

1-мерно: $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \Psi(x)}{\partial x^2} \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$

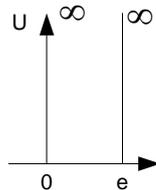
$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = \Psi(x) \cdot \left(-\frac{i}{\hbar}E \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}Et} \right)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(x)}{\partial x^2} \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}Et} + U(x) \cdot \Psi(x) \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}Et} = i\hbar \left(-\frac{i}{\hbar}E \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}Et} \right) \cdot \Psi(x)$$

$$\boxed{-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(x)}{\partial x^2} + U(x) \cdot \Psi(x) = E\Psi(x)}$$
 - одномерное стационарное уравнение Шредингера

$$\boxed{-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + U\Psi = E\Psi}$$
 - стационарное уравнение Шредингера

$$\Delta \Psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U)\Psi = 0$$



Движение в потенциальной яме:

Решение стационарного уравнения Шредингера возможно только при определенных значениях, называемых собственными значениями.

$$U = \infty \quad x < 0$$

$$U = 0 \quad 0 \leq x \leq e$$

$$U = \infty \quad x > e$$

Стационарное уравнение Шредингера:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \cdot \Psi = 0$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E\Psi = 0 \quad \frac{2m}{\hbar^2} E = k^2$$

$$\Psi = A \sin kx + B \cos kx$$

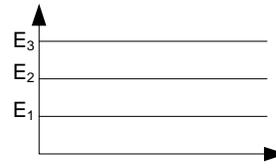
$\Psi(0) = 0 = 0 + B \cos 0 = B$ положим I уравнение условием

$$\Psi = A \sin kx$$

$\Psi(l) = 0 = A \sin kx|_l = A \sin kl \quad kl = \pm \hbar n, n = 1, 2, 3$ возникает квантование

$$\frac{2m}{\hbar} E = k^2$$

$$E_n = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\hbar^2 B^2 n^2}{e^2 \lambda m} \quad \text{— дискретный уровень энергии}$$

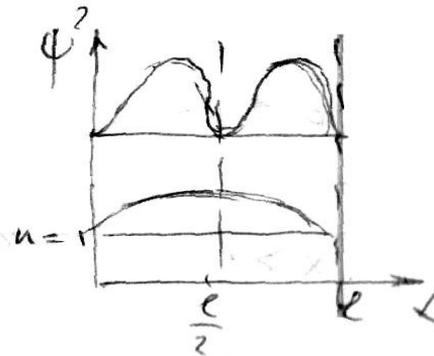
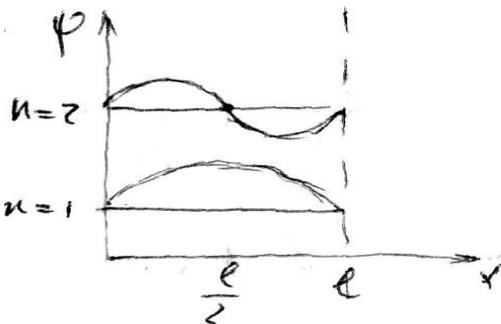


Считаем А: $\Psi = A \sin \frac{Bn}{l} x$

$$1 = \int_0^l |\Psi|^2 dx = \int_0^l A^2 \sin^2 \frac{Bn}{l} x dx = A^2 \int_0^l \frac{1 - \cos^2 \frac{Bn}{l} x}{2} dx$$

$$= A^2 \int_0^l \frac{dx}{2} - \frac{A^2}{2} \int_0^l \cos^2 \frac{2\pi n}{l} x dx = \frac{A^2}{2} l \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2}{l}}$$

$$\Psi = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi n}{l} x$$



Расстояние между уровнями ΔE

$$\Delta E = E_{n+1} - E_n = \frac{\hbar^2 B^2}{2ml^2} ((n+1)^2 - n^2) = \frac{\hbar^2 B^2}{2ml^2} (2n+1) \approx \frac{\hbar^2 B^2}{ml^2} n \quad \text{— для больших } n$$

Атомный уровень:

если $l \sim 10^{-10}$ м $\Delta E \sim 100$ эВ — дискретный спектр

если $l \sim 0.1$ м $\Delta E \sim 10^{-16}$ эВ — квазинепрерывный спектр

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar \quad \Delta x \sim l$$

$$\Delta E \sim \frac{\Delta p^2}{2m} = \frac{\pi^2}{l^2 2m}$$

Относительное расстояние между уровнями: $\frac{\Delta E}{E} \sim \frac{n}{n^2} = \frac{1}{n} \quad n \uparrow \frac{\Delta E}{E} \downarrow$

17. Атом водорода и его энергетический спектр. Спектральные серии атома водорода

Спектр атома водорода: видимый свет.

$$\nu = B_0 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 3, 4, 5 \text{ — } \text{серия Бальмера}, \quad B_0 = \frac{4c}{A} \text{ — постоянная Бальмера}$$

$A=3647 \text{ \AA}$ – эмпирическая постоянная
 3 линии (опытный закон)
 $\lambda = \frac{c}{\nu}$
 $\frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = \left(\frac{B_0}{c}\right) \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2}\right) = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2}\right)$
 $R = 1,068 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ — постоянная Ридберга

Лайман: УФ излучение спектра водорода

$\frac{1}{\lambda} = R \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$ $n = 2,3,4$ — серия Лаймана

ИК диапазон: серия Пашена

$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{n^2}\right)$ $n = 4,5,6$

ИК диапазон: серия Бреккета

$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{n^2}\right)$ $n = 5,6,7$

общий закон излучения спектра атома водорода: $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$

18. Квантование момента импульса электрона и его проекции в атоме.

$$L = 2m\nu$$

$$L = \hbar\sqrt{l(l+1)}$$
 - для не очень больших квантовых чисел. $l = 0,1 \dots (n-1)$

n – главное квантовое число.

l – орбитальное квантовое число.

Проекция момента импульса на ось (по направлению момента поля)

$$h_z = \hbar m, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l, m - \text{магнитное квантовое число.}$$

Собственный момент импульса – спин электрона.

$$L_s = \hbar\sqrt{s(s+1)}, \quad s = \frac{1}{2}$$

$$L_s = \hbar\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$L_{sz} = \hbar m_s = \hbar\sigma, \quad \sigma = \pm \frac{1}{2}$$

L_{sz} - проекция на ось.

Состояние электрона в атоме водорода определяется 4 квантовыми числами: $n, l, m, m_s(\sigma)$.

19. Квантовые числа электрона в атоме. Спин электрона. Принцип Паули.

$$L = 2m\nu$$

$$L = \hbar\sqrt{l(l+1)}$$
 - для не очень больших квантовых чисел. $l = 0,1 \dots (n-1)$

n – главное квантовое число.

l – орбитальное квантовое число.

Проекция момента импульса на ось (по направлению момента поля)

$$h_z = \hbar m, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l, m - \text{магнитное квантовое число.}$$

Собственный момент импульса – спин электрона.

$$L_S = \hbar \sqrt{s(s+1)}, \quad s = \frac{1}{2}$$

$$L_S = \hbar \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$L_{SZ} = \hbar m_s = \hbar \sigma, \quad \sigma = \pm \frac{1}{2}$$

L_{SZ} - проекция на ось.

Состояние электрона в атоме водорода определяется 4 квантовыми числами: $n, l, m, m_s(\sigma)$.

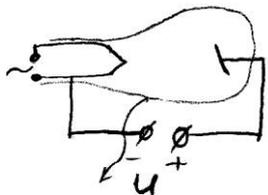
В атоме не могут находиться 2 или больше электронов с одинаковым набором квантовых чисел.

$N = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1) = 2n^2$ - число электронов в атоме, обладающих главным квантовым числом n , не

может превышать $2n^2$

20. Рентгеновское излучение. Тормозной и характеристический спектры.

Рентгеновское излучение – излучение, возникающее при $\lambda = 0.01 - 800 \text{ \AA}$

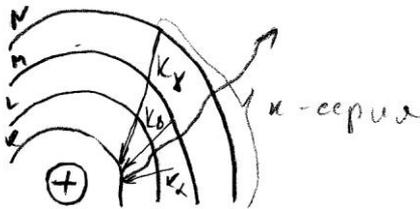


$$U \sim 20 \text{ кВ} \div 60 \text{ кВ}$$

Тормозной спектр возникает при рассеивании электронов ядер. Характеристический при ионизации внутренних электронов оболочки.

$$eU = h\nu_{\max} = h \frac{c}{\lambda_{\min}}$$

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU} = \frac{\text{const}}{U}$$



$$\nu = R'(z - \delta)^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \text{ - закон Мозли}$$

R' – постоянная Ридберга

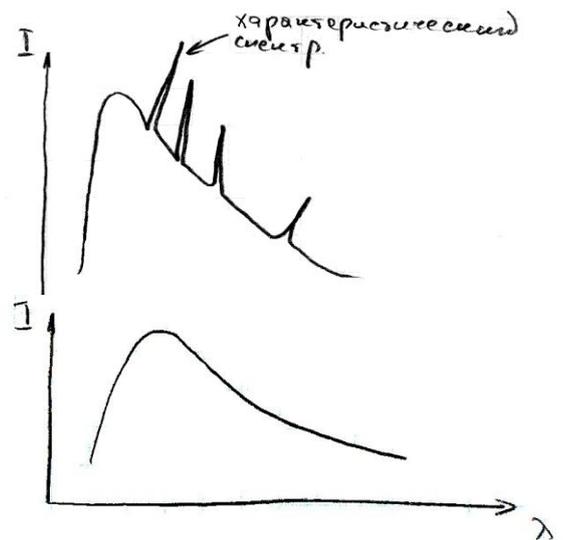
z – порядковый номер

δ – постоянная экранирования

$$\text{для } K_\alpha \quad \delta = 1 \quad m = 1, n = 2, 3$$

$$\text{для } L_\alpha \quad \delta = 7.5 \quad m = 2, n = 3, 4$$

$$[R'] = \frac{1}{c}$$



21. Оптические квантовые генераторы

Лазер - устройство, использующее квантовомеханический эффект вынужденного излучения для создания когерентного потока света. Луч лазера может быть непрерывным, с постоянной амплитудой, или импульсным, достигающим экстремально больших пиковых мощностей. Излучение лазера монохроматично и когерентно, то есть имеет постоянную длину волны и предсказуемую фазу, а также хорошо определённую поляризацию. Некоторые типы лазеров могут генерировать целый набор частот в широком спектральном диапазоне.

Основная идея работы лазера заключается в инверсии электронной населённости путём «накачки» рабочего тела, подводя к нему энергию, например в виде световых или электрических импульсов. Рабочее тело помещается в оптический резонатор, при циркуляции волны в котором её энергия экспоненциально возрастает благодаря механизму вынужденного излучения. При этом энергия накачки должна превышать определённый порог, иначе потери в резонаторе будут превышать усиление и выходная мощность будет крайне мала.

Виды лазеров:

Газовые лазеры

Твердотельные лазеры

Полупроводниковые лазерные диоды

Лазеры с внешним резонатором

Лазеры на красителях

Лазеры с квантовым каскадом

Лазеры на свободных электронах

Лазеры на свободных электронах

Лазер с солнечным возбуждением

22. Общие свойства и основные характеристики ядер. Энергия связи и устойчивость ядер

23. Состав ядра. Ядерные силы

Состоит из протонов и нейтронов.

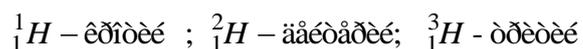
$$m_n \approx m_p \approx 1.67 \cdot 10^{-27}$$

$$m_n - m_p \approx 2.5m_e$$

$p=Z$ – зарядовое число.

$A = p + n = Z + N$ – массовое число (N – число нейтронов)

Изотоп: $z_1 = z_2, A_1 \neq A_2$



Изобар: $z_1 \neq z_2, A_1 = A_2$

Протон и нейтрон связаны ядерными силами:

короткодействующие

зарядонезависимые

свойственно насыщение

сила притяжения

нецентральные силы

$$E = mc^2$$

$$\Delta m = (Zm_p + (A - Z)m_n) - m_{\text{я}}$$

$E_{\text{св}} = \Delta mc^2$ - количественная мера устойчивости ядра, зависит от A и Z

$$E_{\text{св}}^{\text{уд}} = \frac{E_{\text{св}}}{A} \quad \left[E_{\text{св}}^{\text{уд}} \right] = \frac{\text{МэВ}}{\text{нуклон}}$$

24. Радиоактивность. Закон и характеристики радиоактивного распада. Виды распада

Радиоактивность – самопроизвольное превращение неустойчивых изотопов одного химического элемента в изотопы другого элемента, сопровождающееся испусканием различных частиц. В результате

ядро переходит из более высокого энергетического состояния в состояние с меньшей массой, испуская α или β -частицы

$$dN = -\lambda N dt$$

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt$$

$$\ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

Закон полураспада – время, в течение которого распадается половина радиоактивных атомов.

$$t = T_{1/2} \quad N = \frac{N_0}{2}$$

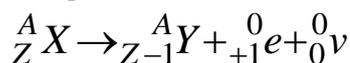
$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$-\ln 2 = -\lambda T_{1/2}$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

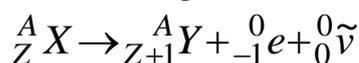
Виды: α -частицы (ядра атома Гелия)– положительно заряженные лучи (проникающая способность – бумага задерживает их).

При излучении α -ядром испускается позитрон и нейтрино. Обусловлен превращением протона в нейтрон и 2 лептона.



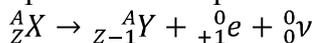
β -частицы (электроны)– отрицательные заряженные лучи (проникающая способность – алюминиевая пластина задерживает их)

При излучении β -ядром испускается электрон и антинейтрино. В его результате 1 нейтрон ядра заменяется протоном.



25. Альфа-распад и его особенности

α -частицы (ядра атома Гелия)– положительно заряженные лучи (проникающая способность – бумага задерживает их). При излучении α -ядром испускается позитрон и нейтрино. Обусловлен превращением протона в нейтрон и 2 лептона.



Необходимое и достаточное условие постоянного удержания нуклона в ядре является энергетический запрет – масса начального ядра должна быть меньше суммы масс извлеченного нуклона и остающегося ядра.

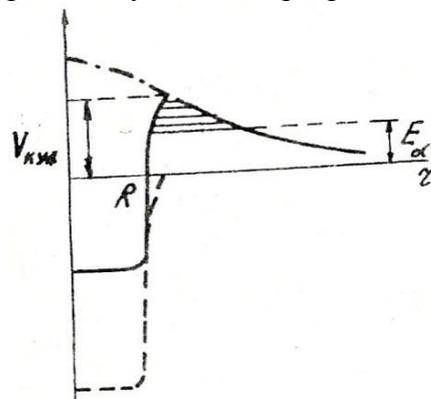
$$E_0 = \Delta mc^2 = \left\{ M\left({}_Z^A R\right) - \left[M\left({}_{Z-2}^{A-4} R\right) + M_\alpha \right] \right\} c^2 = E_\gamma + E_\alpha$$

$$V_{\text{барьера}} = (Z-2) \cdot 2e^2 R^{-1} - \text{высота барьера.}$$

R – радиус ядра.

Штриховая линия – радиальная зависимость потенциальной энергии ядерных сил, действующих на α -частицу.

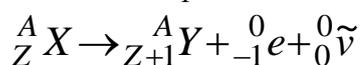
Пунктирная – кулоновский потенциал, Сплошная линия – суммарный эффект.



26. Бета-распад. Нейтрино

β -частицы (электроны) – отрицательные заряженные лучи (проникающая способность – алюминиевая пластина задерживает их)

При излучении β -ядром испускается электрон и антинейтрино. В его результате 1 нейтрон ядра заменяется протоном.



Необходимое и достаточное условие – превышение массы исходного ядра над суммарной массой конечного ядра-изобара, электрона и нейтрино.

$$\Delta M c^2 = [M_{\text{äö}}({}^A_Z X) - M({}^A_{Z+1} Y) - m_c] c^2 = E_{\text{yä}} + E_e + E_\nu$$

$$\Delta M = [M_{\text{äö}}({}^A_Z X) - Z m_c] - [M_{\text{äö}}({}^A_{Z+1} Y) - (Z+1) m_c] = M_{\text{äö}}({}^A_Z X) - M_{\text{äö}}({}^A_{Z+1} Y) > 0$$

$$E_\beta = \Delta M c^2 - \text{энергия } \beta\text{-распада}$$

27. Гамма-излучение. Прохождение гамма-излучения через вещество

При переходе ядра в основное состояние с наименьшей возможной энергией с удалением одного (или нескольких) нуклонов из ядра или при эмиссии происходит излучение фотона соответствующей энергии. Это электромагнитное излучение возбужденных ядер называется γ -излучением, а соответствующие ему фотоны – γ -квантами.

$$E \downarrow \quad \mu = \mu\Phi \quad \mu \sim Z^m \lambda^n \quad m = 4 \div 5$$

$$E \uparrow \quad \mu^k \quad \mu = \mu\Phi + \mu k$$

$$E_\gamma > 2m_e c^2 \Rightarrow \text{электронно-дырочная пара}$$

$$I = I_0 e^{-\mu x}$$

28. Методы регистрации ядерных излучений

1. Ионизация газа. Образующиеся при ионизации положительные и отрицательные ионы собираются отдельно. Когда между собирающими электродами в заполненном газом объеме счетчика создается разность потенциалов, положительно заряженные ионы движутся к аноду, в результате чего создается измеримый электрический импульс. Такие импульсы могут быть зарегистрированы соответствующими счетными устройствами как отдельные события или как усредненный ток.

2. Сцинтилляция. Часть энергии ионизирующего излучения может быть передана молекулам сцинтиллятора, включенным в кристаллическую решетку. Поглощенная энергия вызывает возбуждение орбитальных электронов в сцинтилляторе. Переход в основное состояние приводит к испусканию поглощенной энергии в виде электромагнитного излучения.

3. Авторадиография. Пробы, содержащие радиоактивность, прикладывают к фотографической эмульсии на пленке. Ионизирующее излучение от препарата взаимодействует с зернами галоидного серебра в эмульсии и вызывает фотохимическую реакцию. Авторадиография может производиться без специального оборудования и пригодна для грубого определения радиоактивности.

Скачано с сайта <http://ivc.clan.su>

PDF-document was made by [Vasena](#)

Information by [Weedle](#)

Edited by [Vasena](#)