

Отчет к лабораторной работе №2*Цель работы*

Ознакомление со свойствами вершин и дуг графа.

Задачи работы

- Определить внутренне устойчивые подмножества вершин графа;
- Определить внешне устойчивые подмножества вершин графа;
- Найти ядра графа;
- Найти внутренне устойчивые подмножества рёбер графа (паросочетаний);
- Найти вершинные покрытия графа;
- Найти рёберные покрытия графа;
- Найти раскраску графа
- Решить изложенные задачи алгебраическими методами

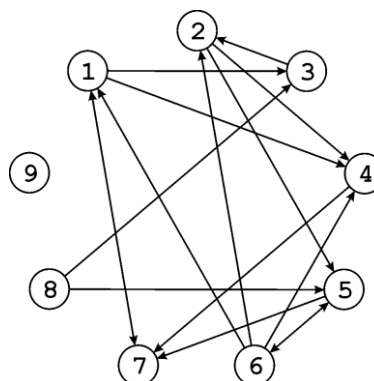
ПРОТОКОЛ выполнения работы**"Устойчивость. Ядра. Уровни. Функция Гранди."***Задание 1.*

Вы правильно ответили на вопрос, связанный с понятием внутренней устойчивости.

Задание 2.

Задан граф с матрицей смежности:

0	0	1	1	0	0	1	0	0
0	0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

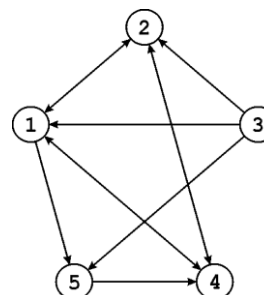


Вы правильно со 2-го раза определили могут ли вершины 2 и 1 принадлежать одному внутренне устойчивому подмножеству.

Задание 3.

Задан граф с матрицей смежности:

0	1	0	1	1
1	0	0	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	0	0
0	0	0	1	0



Вы правильно определили число максимальных внутренне устойчивых подмножеств графа.

Граф обладает 3 максимальными внутренне устойчивыми подмножествами.

Вы правильно определили максимальные внутренне устойчивые подмножества графа.

Граф имеет следующие максимальные внутренне устойчивые подмножества:

Подмножество 1: 1

Подмножество 2: 2, 5

Подмножество 3: 3, 4

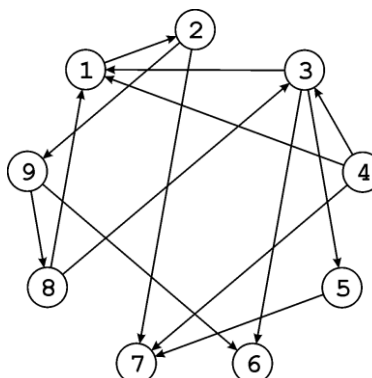
Задание 4.

Вы правильно ответили на вопрос, связанный с понятием внешней устойчивости.

Задание 5.

Задан граф с матрицей смежности:

0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	1
1	0	0	0	1	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	1	0

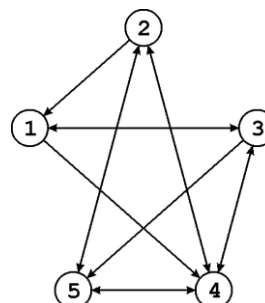


Вы правильно определили могут ли вершины 5 и 9 принадлежать одному внешне устойчивому подмножеству.

Задание 6.

Задан граф с матрицей смежности:

0	0	1	1	0
1	0	0	1	1
1	0	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	0	1	0



Вы правильно определили число минимальных внешне устойчивых подмножеств графа.

Граф обладает 5 минимальными внешне устойчивыми подмножествами.

Вы правильно определили минимальные внешне устойчивые подмножества графа.

Граф имеет следующие минимальные внешне устойчивые подмножества:

- Подмножество 1: 4
- Подмножество 2: 3, 5
- Подмножество 3: 2, 3
- Подмножество 4: 1, 5
- Подмножество 5: 1, 2

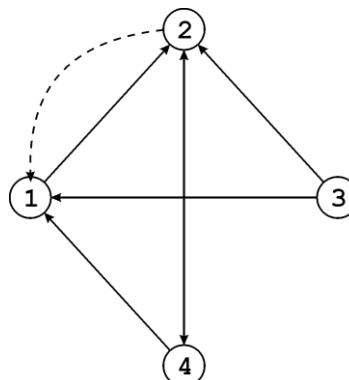
Задание 16.

Вы правильно ответили на вопрос, связанный с понятием ядра графа.

Задание 17.

Задан граф с матрицей смежности:

0	1	0	0
0	0	0	1
1	1	0	0
1	1	0	0



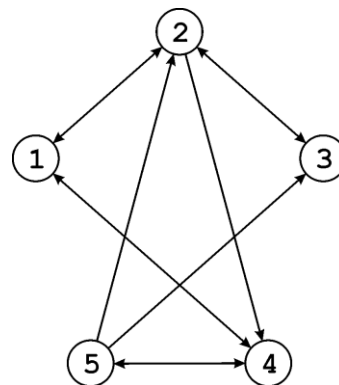
Вы правильно ввели матрицу смежности графа, у которого вершина 1 является ядром. Необходимо добавить дуги:

$\langle 2, 1 \rangle$

Задание 18.

Задан граф с матрицей смежности:

0	1	0	1	0
1	0	1	1	0
0	1	0	0	0
1	0	0	0	1
0	1	1	1	0



Вы правильно определили число ядер графа

Граф обладает 2 ядрами.

Вы правильно определили ядра графа

Граф имеет следующие ядра:

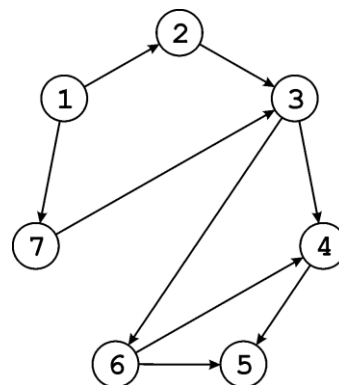
Ядро 1: 1, 3

Ядро 2: 3, 4

Задание 19.

Задан граф без контуров с матрицей смежности:

0	1	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0
0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0



Вы правильно определили ядро графа

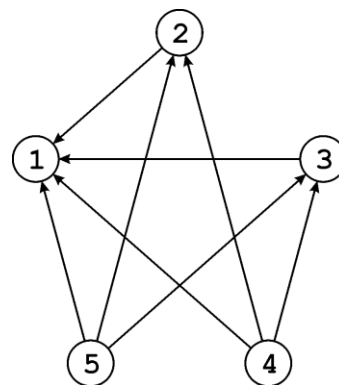
Ядро графа содержит следующие вершины: 1, 3, 5

Задание 20.

Вы правильно ввели матрицу смежности графа с пятью вершинами, ядро которого полностью совпадает с уровнем N_0 .

Введенная Вами матрица смежности графа имеет вид:

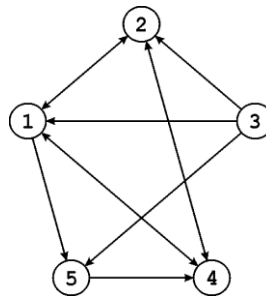
0	0	0	0	0
1	0	0	0	0
1	0	0	0	0
1	1	1	0	0
1	1	1	0	0



Матрица смежности:

```

0  1  0  1  1
1  0  0  1  0
1  1  0  0  1
1  1  0  0  0
0  0  0  1  0
    
```



Максимальные внутренне устойчивые множества вершин

$$\begin{aligned}
 & (\bar{1} \cup \bar{2})(\bar{1} \cup \bar{4})(\bar{1} \cup \bar{5})(\bar{2} \cup \bar{1})(\bar{2} \cup \bar{4})(\bar{3} \cup \bar{1})(\bar{3} \cup \bar{2})(\bar{3} \cup \bar{5})(\bar{4} \cup \bar{1})(\bar{4} \cup \bar{2})(\bar{5} \cup \bar{4}) = \\
 & = (\bar{1} \cup \bar{245})(\bar{2} \cup \bar{14})(\bar{3} \cup \bar{125})(\bar{4} \cup \bar{12})(\bar{5} \cup \bar{4}) = (\bar{24} \cup \bar{12} \cup \bar{14})(\bar{13} \cup \bar{125} \cup \bar{2453})(\bar{5} \cup \bar{4}) = \\
 & = \bar{2453} \cup \bar{125} \cup \bar{134}
 \end{aligned}$$

$$X_1 = \{1\}$$

$$X_2 = \{3,4\}$$

$$X_3 = \{2,5\}$$

$$\alpha_v = 2$$

Максимальные внутренне устойчивые множества ребер

		1	2	3	4	5
1	1, 2	-1	1			
2	1, 4	-1			1	
3	1, 5	-1				1
	2, 1	1	-1			
4	2, 4		-1		1	
5	3, 1	1		-1		
6	3, 2		1	-1		
7	3, 5			-1		1
	4, 1	1			-1	
	4, 2		1		-1	
8	5, 4				1	-1

- {(1,2), (3,5)}
- {(1,2), (5,4)}
- {(1,4), (3,2)}
- {(1,4), (3,5)}
- {(1,5), (2,4)}
- {(1,5), (3,2)}
- {(2,4), (3,1)}
- {(2,4), (3,5)}
- {(3,1), (5,4)}
- {(3,2), (5,4)}

$$\alpha_e = 2$$

Минимальные вершинные покрытия

$$\begin{aligned}
 & (1 \cup 2)(1 \cup 4)(1 \cup 5)(2 \cup 1)(2 \cup 4)(3 \cup 1)(3 \cup 2)(3 \cup 5)(4 \cup 1)(4 \cup 2)(5 \cup 4) = \\
 & = (1 \cup 245)(2 \cup 14)(3 \cup 125)(4 \cup 12)(5 \cup 4) = (\bar{24} \cup \bar{12} \cup \bar{14})(\bar{13} \cup \bar{125} \cup \bar{2453})(\bar{5} \cup \bar{4}) = \\
 & = 2453 \cup 125 \cup 134
 \end{aligned}$$

$$\beta_e = 3$$

Минимальные реберные покрытия

$$\begin{aligned}
 & (1 \cup 2 \cup 3 \cup 5)(1 \cup 4 \cup 6)(5 \cup 6 \cup 7)(2 \cup 4 \cup 8)(3 \cup 7 \cup 8) = \\
 & = (1 \cup 2 \cup 3 \cup 5)(15 \cup 16 \cup 17 \cup 45 \cup 6)(23 \cup 27 \cup 43 \cup 47 \cup 8) = \\
 & = (15 \cup 16 \cup 17 \cup 45 \cup 26 \cup 36 \cup 56)(23 \cup 27 \cup 43 \cup 47 \cup 8) = \\
 & = 1235 \cup 236 \cup 267 \cup 345 \cup 346 \cup 147 \cup 457 \cup 158 \cup 168 \cup 178 \cup 458 \cup 268 \cup 368 \cup 568
 \end{aligned}$$

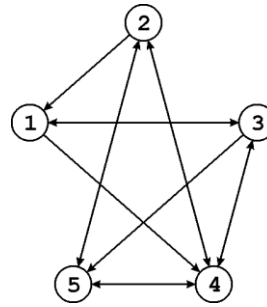
$$\beta_v = 3$$

$$\alpha_v + \beta_e = \alpha_e + \beta_v = n = 5$$

Матрица смежности:

```

0 0 1 1 0
1 0 0 1 1
1 0 0 1 1
0 1 1 0 1
0 1 0 1 0
    
```



Внутренне устойчивое множество вершин

$$\begin{aligned}
 & (\bar{1} \cup \bar{3})(\bar{1} \cup \bar{4})(\bar{2} \cup \bar{1})(\bar{2} \cup \bar{4})(\bar{2} \cup \bar{5})(\bar{3} \cup \bar{1})(\bar{3} \cup \bar{4})(\bar{3} \cup \bar{5})(\bar{4} \cup \bar{2})(\bar{4} \cup \bar{3})(\bar{4} \cup \bar{5})(\bar{5} \cup \bar{2})(\bar{5} \cup \bar{4}) = \\
 & = (\bar{1} \cup \bar{3}\bar{4})(\bar{2} \cup \bar{1}\bar{4}\bar{5})(\bar{3} \cup \bar{1}\bar{4}\bar{5})(\bar{4} \cup \bar{2}\bar{4}\bar{5})(\bar{5} \cup \bar{2}\bar{4}) = \bar{1}\bar{2}\bar{3}\bar{5} \cup \bar{2}\bar{3}\bar{4} \cup \bar{1}\bar{4}\bar{5}
 \end{aligned}$$

$$X_1 = \{4\}$$

$$X_2 = \{2,3\}$$

$$X_3 = \{1,5\}$$

Внешне устойчивое множество вершин

Доминируемые

$$\begin{aligned}
 X_{\bar{d}}^+ & = (1 \cup 3 \cup 4)(2 \cup 1 \cup 4 \cup 5)(3 \cup 1 \cup 4 \cup 5)(4 \cup 2 \cup 3 \cup 5)(5 \cup 2 \cup 4) = \\
 & = (23 \cup 1 \cup 4 \cup 5)(15 \cup 12 \cup 35 \cup 32 \cup 4)(4 \cup 2 \cup 3 \cup 5) = \\
 & = (23 \cup 12 \cup 13 \cup 4 \cup 5)(15 \cup 12 \cup 35 \cup 32 \cup 4) = 12 \cup \underline{15} \cup \underline{23} \cup 35 \cup \underline{4}
 \end{aligned}$$

Доминирующие

$$\begin{aligned}
 X_{\bar{d}}^- & = (1 \cup 2 \cup 3)(2 \cup 4 \cup 5)(3 \cup 1 \cup 4)(1 \cup 2 \cup 3 \cup 4 \cup 5)(5 \cup 2 \cup 3 \cup 4) = \\
 & = (12 \cup 14 \cup 15 \cup 23 \cup 34 \cup 35 \cup 42)(5 \cup 2 \cup 3 \cup 4) = 12 \cup 14 \cup \underline{15} \cup \underline{23} \cup 24 \cup 34 \cup 35
 \end{aligned}$$