

Петербургский Государственный Университет Путей Сообщения

Лабораторная работа №2

**“Компьютерное моделирование цепей Маркова
с дискретным временем”**

Вариант - 8

Выполнил:
студент группы ПВТ-711
Круглов В.А.

Проверил:

Санкт-Петербург
2010 год

Цель работы

Определение вероятности $\bar{P}(t)$, стационарных вероятностей \bar{P} . Построение графиков вероятностей первых 100 состояний марковского процесса. Моделирование траектории марковского процесса и оценка статистически вероятности состояний и сравнение их с теоретическими.

Вариант индивидуального задания

$$\bar{P}(0) = (0, 0, 0.5, 0, 0.5) \quad \Lambda = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.1 & 0.5 & 0 & 0.3 \\ 0.4 & 0 & 0.5 & 0.1 & 0 \\ 0.8 & 0.05 & 0.1 & 0.04 & 0.01 \\ 0.1 & 0.3 & 0.1 & 0.4 & 0.1 \\ 0 & 0.3 & 0 & 0.5 & 0.2 \end{pmatrix}$$

Теоретическая часть

Состояния цепи Маркова могут изменяться только в моменты времени (шаги) $t = n$, $n = 1, 2, \dots$. В этом случае матричное уравнение (1) приводится к виду (2)

$$\bar{P}(t) = \bar{P}(0)P(t) \quad (1)$$

$$\bar{P}(n) = \bar{P}(0)P^n(1) \quad (2)$$

так как $P(n) = P^n(1)$, где $P(1) = \|p_{ij}(1)\|$ – матрица вероятностей перехода за один шаг.

Аналогом же уравнений (3) для определения стационарных вероятностей P являются уравнения (4)

$$\bar{P}\Lambda = 0, \quad \sum_k p_k = 1 \quad (3)$$

$$P(I - P(1)) = 0, \quad \sum_k p_k = 1 \quad (4)$$

с вырожденной матрицей $I - P(1)$, так как суммы по ее столбцам равны нулю.

Код программы для решения задачи

1я часть. Определение $\bar{P}(n)$ по формуле 2.

```
P0=[0 0 0.5 0 0.5];
P1=[0.1 0.1 0.5 0 0.3; 0.4 0 0.5 0.1 0; 0.8 0.05 0.1 0.04 0.01; 0.1 0.3 0.1 0.4 0.1;
0 0.3 0 0.5 0.2];
for n=1:100
    P(n,:)=P0*P1^n;
end;
t=1:100;
plot(t,P(:,1),t,P(:,2),t,P(:,3));
```

2я часть. Определение стационарных вероятностей \bar{P} по уравнениям 4.

```
P1=[0.1 0.1 0.5 0 0.3; 0.4 0 0.5 0.1 0; 0.8 0.05 0.1 0.04 0.01; 0.1 0.3 0.1 0.4 0.1;
0 0.3 0 0.5 0.2];
A=eye(5,5)-P1;
A=[A(:,1:4) ones(5,1)];
B=[0 0 0 0 1];
disp('Стационарные вероятности состояний цепи:');
Pst=B/A
```

3я часть. Моделирование траекторий и статистическая оценка вероятностей состояний

```
P0_sum=cumsum(P0);
P1_sum=(cumsum(P1'))';
N=100;
Track=zeros(1,N);
M=zeros(1,5);
```

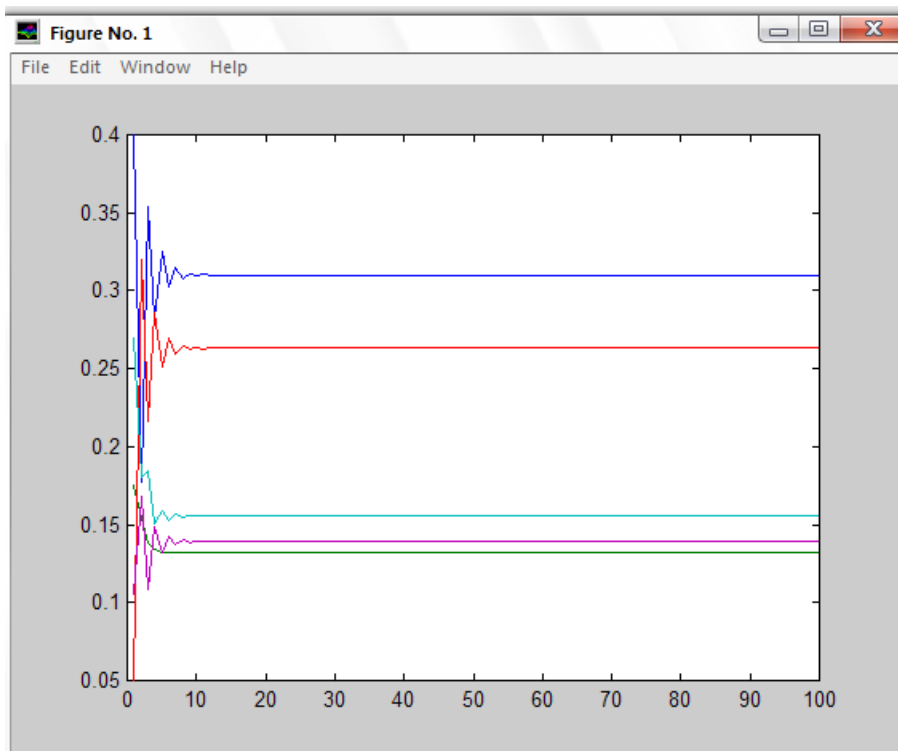
```

Track(1)=min(find(P0_smn-rand>0));
M(Track(1))=1;
for n=2:N
    Track(n)=min(find(P1_sum(Track(n-1),:)-rand>0));
    M(Track(n))=M(Track(n))+1;
end;
T=0:N-1;
subplot(2,1,1);
plot(T,Track,'*');
title('График траектории цепи');
subplot(2,1,2);
plot(T,Track);
Pst_est=M/N;
disp('Статистические оценки');
disp('стационарных вероятностей состояний цепи');
for i=1:5
    disp('Относительная частота пребывания в состоянии');
    disp(i);
    disp('равна');
    disp(Pst_est(i));
end;

```

Результаты работы программы

1я часть. Определение $\bar{P}(n)$ по формуле 2.



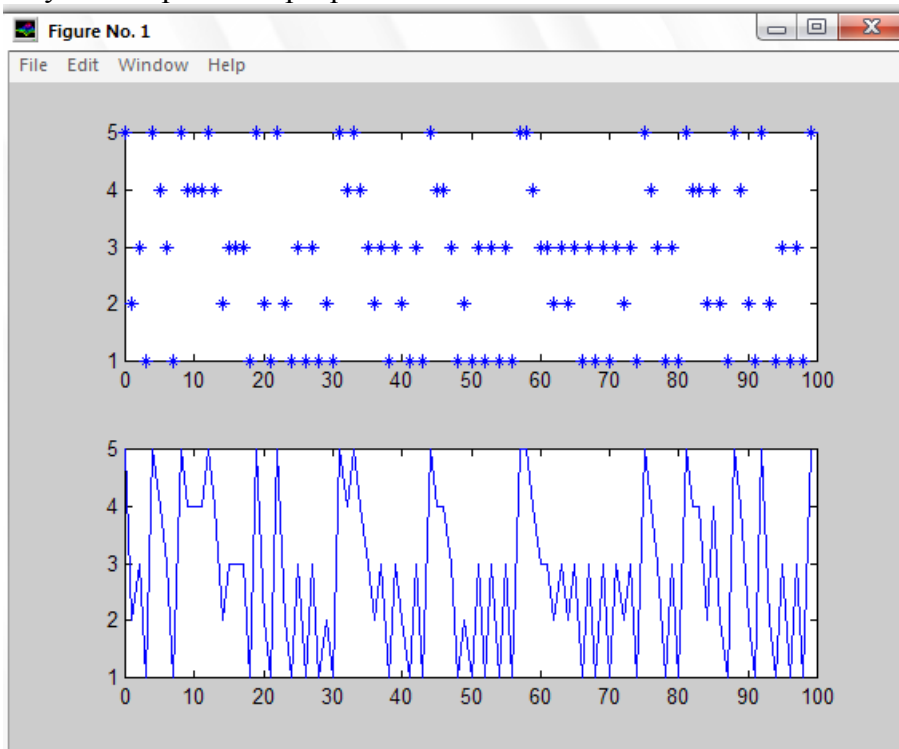
2я часть. Определение стационарных вероятностей \bar{P} по уравнениям 4.

Результатом работы программы являются следующие стационарные вероятности:

pst = 0.3100 0.1325 0.2631 0.1554 0.1390

3я часть. Моделирование траекторий и статистическая оценка вероятностей состояний

Результаты работы программы:



Относительная частота пребывания в состоянии	1	равна	0.2700
Относительная частота пребывания в состоянии	2	равна	0.1500
Относительная частота пребывания в состоянии	3	равна	0.2700
Относительная частота пребывания в состоянии	4	равна	0.1500
Относительная частота пребывания в состоянии	5	равна	0.1600

Вывод

В данной лабораторной работе были определены вероятности $\bar{P}(t)$, стационарные вероятности \bar{P} . Построены графики вероятностей первых 100 состояний марковского процесса. Составлена программа для моделирования траектории марковского процесса и оценки статистически вероятности состояний и сравнения их с теоретическими значениями.