

**Петербургский Государственный Университет Путей Сообщения**

**Лабораторная работа №3**

**“Компьютерное моделирование основных процессов и  
статистическая оценка характеристик СМО”**

Вариант - 8

Выполнил:  
студент группы ПВТ-711  
Круглов В.А.

Проверил:

Санкт-Петербург  
2010 год

## Цель работы

Моделирование работы открытой и замкнутой СМО  $M|M|m|n$  с параметрами

1.  $\lambda = 20.4, \mu = 5.2, m = \infty, n = \infty$
2.  $\lambda = 17.5, \mu = 8.1, m = 2, n = 10, S = 10$

Построение получившейся траектории процесса  $Q(t)$  и оценка основных характеристик смоделированной системы.

## Теоретическая часть

### Открытые СМО

Система  $M|M|\infty|\infty$  является системой немедленного обслуживания, где каждое требование обслуживается в момент поступления, при этом:

$$\lambda_k = \lambda, \quad k \geq 0 \qquad \mu_k = k\mu, \quad k \geq 1$$

### Замкнутые СМО.

Число клиентов, которые могут поступать в такие системы, равно конечному числу  $S$ . В символике Кендалла это обозначается как  $M|M|m|n|S$ . Обозначим  $M = \min\{m + n, S\}$ . Число клиентов в этой системе  $Q(t)$  в момент времени  $t$  есть марковский случайный процесс рождения и гибели с множеством возможных состояний  $\{0, 1, \dots, M\}$  и интенсивностями рождения

$$\lambda_k = \begin{cases} \lambda(S - k), & 0 \leq k \leq M - 1 \\ 0, & k \geq Mn \end{cases}$$

и интенсивностями гибели

$$\mu_k = k\mu, \quad 1 \leq k \leq m, \quad \text{если } m \geq M$$

и

$$\mu_k = \mu \cdot \min\{k, m\}, \quad 1 \leq k \leq m, \quad \text{если } m \geq M$$

Стационарный режим СМО  $M|M|m|n, M|M|m|n|S$  и  $M|M|\infty|\infty$  существует при любых  $\lambda > 0, \mu > 0$  и  $0 \leq n \leq \infty$ . Стационарный режим СМО  $M|M|m|\infty$  существует при условии

$$\frac{\lambda}{m\mu} < 1$$

Основными характеристиками СМО являются следующие:

- $p_0$  – вероятность того, что в системе нет требований (простой системы);
- $p_k$  – вероятности стационарных состояний;
- $p_L$  – вероятность потери требования;
- $p_w$  – вероятность того, что требование будет обслужено после некоторого ожидания;

## Код программы для решения задачи

### Моделирование открытой СМО

Система  $M|M|\infty|\infty$  с параметрами  $\lambda = 20.4, \mu = 5.2$

```
lambda=20.4; mu=5.2;
Num=input('Число изменений состояния системы за время моделирования');
s=1;
T=zeros(1,Num);
Qt=zeros(1,Num);
Time=zeros(1,Num);
for i=2:Num,
    if Qt(i-1)==0
        v=Inf; u=-log(rand)/lambda;
    else
        u=-log(rand)/lambda;
        v=-log(rand)/(Qt(i-1)*mu);
    end;
    delta_time=min(u,v);
    T(i)=T(i-1)+delta_time;
```

```

Time(s)=Time(s)+delta_time;
if u<v
    Qt(i)=Qt(i-1)+1;
else
    Qt(i)=Qt(i-1)-1;
end;
s=Qt(i)+1;
end;
plot(T,Qt);
disp('Оценки характеристик системы M|M|Inf|Inf, ');
disp('полученные на основе моделирования');
Psost=Time/T(Num);
disp('Вероятность проста'); disp(Psost(1));
N=input('Количество вероятностей, которые необходимо вывести на экран');
disp('Вероятности состояний 1,..., N'); disp(Psost(2:N+1));
disp('Среднее число заявок в системе');
k=0:(Num-1); Qsr=k*Psost'; disp(Qsr);

```

### Моделирование замкнутой СМО

Система  $M|M|m|n|S$ :  $\lambda = 17.5$ ,  $\mu = 8.1$ ,  $m = 2$ ,  $n = 10$ ,  $S = 10$

```

lambda=17.5; mu=8.1;
m=2; n=10; S=10;
N=min(m+n, S)+1;
Num=input('Число изменений состояния системы за время моделирования');
s=1;
T=zeros(1,Num);
Qt=zeros(1,Num);
Time=zeros(1,N);
for i=2:Num,
    switch Qt(i-1)
    case 0
        v=Inf; u=-log(rand)/(lambda*S);
    case min(S,m+n)
        u=Inf; v=-log(rand)/(m*mu);
    otherwise
        u=-log(rand)/(lambda*(S-Qt(i-1)));
        qs=min(m,Qt(i-1));
        v=-log(rand)/(qs*mu);
    end;
    delta_time=min(u,v);
    T(i)=T(i-1)+delta_time;
    Time(s)=Time(s)+delta_time;
    if u<v
        Qt(i)=Qt(i-1)+1;
    else
        Qt(i)=Qt(i-1)-1;
    end;
    s=Qt(i)+1;
end;
disp('Оценки характеристик системы M|M|2|10|10, ');
disp('полученные на основе моделирования');
Psost=Time/T(Num);
P0=Psost(1);
disp('Вероятности состояний 1,...,12');
disp(Psost(2:N));
disp('Вероятность ожидания');
if S<=m
    Pw=0;
else
    if S<=m+n,
        Pw=1-sum(Psost(1:m+1));
    else
        Pw=1-sum(Psost(1:m+1))-Psost(m+n+1);
    end;
end;

```

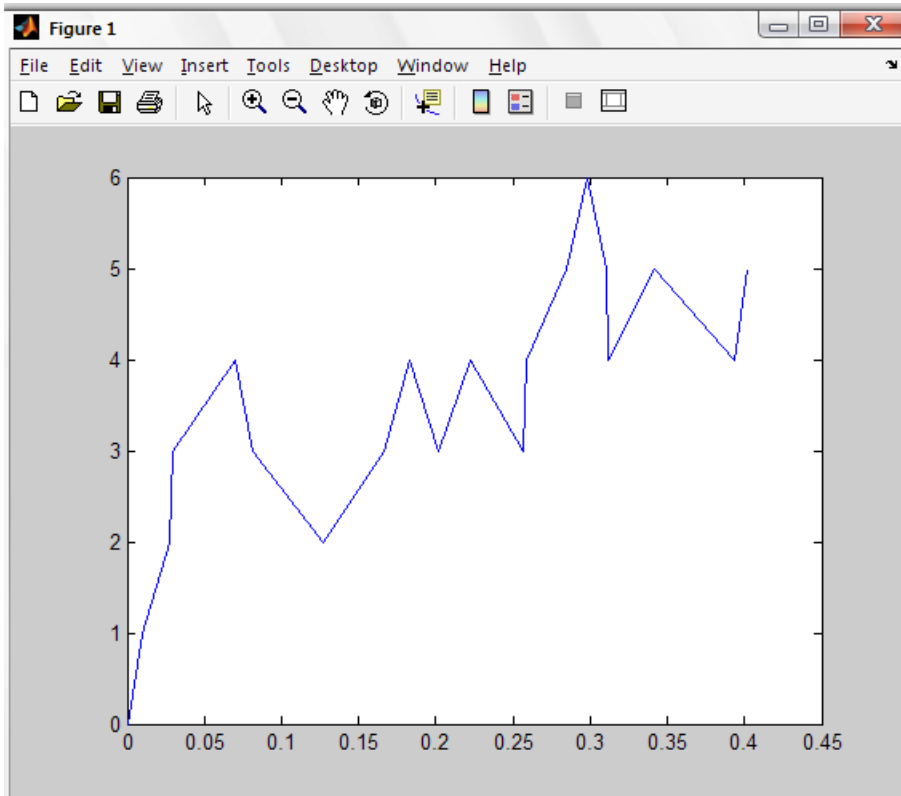
```

end;
end;
disp(Pw);
disp('Вероятность отказа');
PL=Psost(m+n+1); disp(PL);
disp('Среднее число заявок в системе');
k=0:(N-1); Qsr=k*Psost'; disp(Qsr);
disp('Среднее число заявок в очереди');
z=zeros(1,N); qsr=max(z,k-m)*Psost'; disp(qsr);

```

## Результаты работы программы

### Моделирование открытой СМО



Число изменений состояния системы за время моделирования 20

Оценки характеристик системы  $M|M|Inf|Inf$ ,

полученные на основе моделирования

Вероятность простоя 0.016

Количество вероятностей, которые необходимо вывести на экран 5

Вероятности состояний 1,..., N

0.0732 0.1503 0.1942 0.1921 0.1508

Среднее число заявок в системе 0

### Моделирование замкнутой СМО

Число изменений состояния системы за время моделирования 20

Оценки характеристик системы  $M|M|2|10|10$ ,

полученные на основе моделирования

Вероятности состояний 1,...,10

0.0017 0.0018 0.0533 0.0082 0.0228 0.0770 0.0046 0.2513 0.3572 0.2189

Вероятность ожидания 0.9932

Вероятность отказа 0.2189

Среднее число заявок в системе 8.2199

Среднее число заявок в очереди 6.2281

## *Вывод*

В данной лабораторной работе было проведено моделирование работы

1. открытой СМО  $M|M|\infty|\infty$  с параметрами  $\lambda = 20.4, \mu = 5.2, m = \infty, n = \infty$
2. замкнутой СМО с параметрами  $\lambda = 17.5, \mu = 8.1, m = 2, n = 10, S = 10$

Построена траектория процесса  $Q(t)$  и дана оценка основных характеристик смоделированной системы.