

Петербургский Государственный Университет Путей Сообщения

Лабораторная работа №6

“Расчет характеристик открытых СеМО в MATLAB»”

Вариант - 8

Выполнил:
студент группы ПВТ-711
Круглов В.А.

Проверил:

Санкт-Петербург
2010 год

Цель работы

Расчет в системе MATLAB характеристик открытой экспоненциальной СеМО, состоящей из трех узлов, в которую извне поступает простейший поток грузов с интенсивностью $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4)$. Интенсивность обслуживания в узлах $\mu = (\mu_1, \mu_2, \mu_3)$ и число приборов $m = (m_1, m_2, m_3)$. При этом матрица маршрутизации имеет вид:

$$P = \begin{pmatrix} 0 & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & 0 & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & 0 \end{pmatrix}$$

Заданы следующие значения перечисленных характеристик:

$$p_{12} = 1/2, p_{13} = 1/2, p_{21} = 2/5, p_{23} = 1/3, p_{31} = 1/4, p_{32} = 1/4 \\ \gamma = (2.3, 3.5, 2.8), \mu = (13.5, 16.4, 15), m = (6, 4, 7)$$

Краткие теоретические сведения

Открытая экспоненциальная сеть (или сеть Джексона) типа $[M|M|m]^N$ состоит из N узлов, причем каждый i -ый узел имеет m_i обслуживающих приборов с показательным временем обслуживания с параметром μ_i , в каждый i -ый узел извне поступает простейший поток заявок с интенсивностью γ_i . Требование, обслуживание которого закончилось в узле с номером i , с вероятностью p_{ij} переходит для обслуживания в узле с номером j и с вероятностью p_{iN+1} покидает СеМО. Квадратная матрица $P = \|p_{ij}\|$ размера $N \times N$ называется матрицей маршрутизации. Пусть $Q_i(t)$ – число клиентов в i -ом узле в момент времени t , $Q(t) = (Q_1(t), \dots, Q_N(t))$ – число клиентов в СеМО и пусть $p(k_1, k_2, \dots, k_N)$ обозначает стационарное распределение процесса $Q(t)$, $p_i(k_i)$ – стационарное распределение процесса $Q_i(t)$, при этом $k_i \in Z^+, i = 1, \dots, N$.

Код программы

```
m=[6 4 7];
mu=[13.5 16.4 15];
gamma=[2.3 3.5 2.8];
N=length(m);
P=[0 0.5 0.5; 0.4 0 1/3; 0.25 0.25 0];
E=eye(N,N);
lambda=gamma/(E-P);
rho=lambda./mu;
rho_m=rho./m
if sum(rho_m >= 1)>=1
    disp('Стационарный режим сети не существует');
    disp('Вектор загрузки на прибор для сети равен');
    disp(rho_m);
else
    for i=1:N
        n=m(i);
        slave1=ones(1,n)*rho(i);
        x=1:n;
        slave2=slave1./x;
        slave=cumprod(slave2);
        if n>1
            P0(i)=(1+sum(slave(1:(n-1))))+slave(n)/(1-rho(i)/n)^(-1);
        else
            P0(i)=1-rho(i);
        end;
        k=input('Введите число вычисляемых вероятностей узла');
        Ppost=ones(1,k);
        slv=ones(1,k)*m(i);
        slv1=1:k;
        slv=min(slv,slv1);
```

```

Pstost=cumprod(Pstost*rho(i)./slv)*P0(i);
disp('Характеристики'),disp(i),disp('-го узла');
disp(P0(i));
disp(Pstost);
disp('Вероятность ожидания');
PW=P0(i)*slave(n)/(1-rho(i)/n);disp(PW);
disp('Абсолютная пропускная способность');
disp(lambda(i)*(1-PW));
disp('Средняя длина очереди');
qsr(i)=P0(i)*slave(n)*rho(i)/n/(1-rho(i)/n)^2;disp(qsr(i));
disp('Среднее число заявок');
if n>1
    l=1:n-1;
    Qsr(i)=qsr(i)+l*(Pstost(1:n-1))'+n*PW;
else
    Qsr(i)=qsr(i)+rho(i);
end;
disp(Qsr);
disp('Среднее время пребывания в узле');
Tsr=Qsr(i)/lambda(i);disp(Tsr);
disp('Среднее время ожидания в узле');
Wsr=qsr(i)/lambda(i);disp(Wsr);
end;    disp('Сетевые характеристики');
disp('Среднее число заявок в сети');
Qsr_netw=sum(Qsr);disp(Qsr_netw);
disp('Среднее число заявок в очереди');
qsr_netw=sum(qsr);disp(qsr_netw);
gamma=sum(gamma);
disp('Среднее время задержки в сети');
T_netw=Qsr_netw/gamma;disp(T_netw);
disp('Среднее время задержки в очереди');
W_netw=qsr_netw/gamma;disp(W_netw);
end;

```

Результаты работы программы:

rho_m = 0.1180 0.1692 0.1074

Введите число вычисляемых вероятностей узла 5

Характеристики 1-го узла

0.4926

0.3488 0.1235 0.0292 0.0052 0.0007

Вероятность ожидания 9.7816e-005

Абсолютная пропускная способность 9.5591

Средняя длина очереди 1.3090e-005

Среднее число заявок 0.7082 0.6779

Среднее время пребывания в узле 0.0741

Среднее время ожидания в узле 1.3692e-006

Введите число вычисляемых вероятностей узла 5

Характеристики 2-го узла

0.5081

0.3439 0.1164 0.0263 0.0044 0.0008

Вероятность ожидания 0.0053

Абсолютная пропускная способность 11.0406

Средняя длина очереди 0.0011

Среднее число заявок 0.7082 0.6779

Среднее время пребывания в узле 0.0611

Среднее время ожидания в узле 9.8124e-005

Введите число вычисляемых вероятностей узла 6
Характеристики 3-го узла
0.4714
0.3545 0.1333 0.0334 0.0063 0.0009 0.0001
Вероятность ожидания 1.4252e-005
Абсолютная пропускная способность 11.2798
Средняя длина очереди 1.7153e-006
Среднее число заявок 0.7082 0.6779 0.7520
Среднее время пребывания в узле 0.0667
Среднее время ожидания в узле 1.5207e-007
Сетевые характеристики

Среднее число заявок в сети 2.1381
Среднее число заявок в очереди 0.0011
Среднее время задержки в сети 0.2486
Среднее время задержки в очереди 1.2837e-004

Компьютерное моделирование открытых марковских СеМО

Программный код:

```
m=[6 4 7];
mu=[13.5 16.4 15];
gamma=[2.3 3.5 2.8];
N=length(m);
P=[0 0.5 0.5; 0.4 0 1/3; 0.25 0.25 0];
Num=input('Число изменений состояний в сети ');
t=zeros(1,Num);
Qt=zeros(N,Num);
u=zeros(1,N);
v=zeros(1,N);
l=ones(1,N);
L=input('Число оцениваемых вероятностей состояний ');
L1=L+1;
TIME=zeros(N,L1);
P_slave=(cumsum(P'))';
for i=2:Num
    for j=1:N
        if gamma(j)==0
            u(j)=Inf;
        else
            u(j)=-log(rand)/gamma(j);
        end;
        if Qt(j,i-1)==0
            v(j)=Inf;
        else
            s(j)=min(m(j),Qt(j,i-1));
            v(j)=-log(rand)/(s(j)*mu(j));
        end;
    end;
    u_min=min(u);
    v_min=min(v);
    delta_time=min(u_min,v_min);
    t(i)=t(i-1)+delta_time;
    for j=1:N
        if l(j)<=L1
            TIME(j,l(j))=TIME(j,l(j))+delta_time;
        end;
    end;
    if u_min<v_min
```

```

        k=find(u==u_min);
        Qt(k,i)=Qt(k,i-1)+1;
        l(k)=Qt(k,i)+1;
    else
        k=find(v==v_min);
        Qt(k,i)=Qt(k,i-1)-1;
        l(k)=Qt(k,i)+1;
        j=min(find(P_slave(k,:)-rand>0));
        if j<=N
            Qt(j,i)=Qt(j,i-1)+1;
            l(j)=Qt(j,i)+1;
        end;
    end;
end;
mm=ones(N,Num);
for j=1:N
    mm(j,:)=mm(j,:)*m(j);
end;
z=zeros(N,Num);
qt=max(z,Qt-mm);
for j=1:N
    subplot(211);plot(t,Qt(j,:));
    subplot(212);plot(t,qt(j,:));
    pause;
end;
Psost=TIME/t(Num);
Qsr=zeros(1,N);qsr=zeros(1,N);z=zeros(1,L1);
P0=(Psost(:,1))';PW=zeros(1,N);
for j=1:N
    disp('Характеристики'),disp(j),disp('-го узла');
    disp('P0='),disp(P0(j));
    disp('Вероятности первых L состояний');disp(Psost(j,2:L1));
    disp('Вероятность ожидания');
    PW(j)=1-sum(Psost(j,1:m(j)));
    disp(PW(j));
    disp('Средняя длина очереди');
    k=0:L;qsr(j)=max(z,k-m(j))*(Psost(j,:))';
    disp(qsr(j));
    disp('Среднее число заявок');
    Qsr(j)=k*(Psost(j,:))';disp(Qsr(j));
end;
disp('Сетевые характеристики');
disp('Среднее число заявок в сети');
Qsr_netw=sum(Qsr);disp(Qsr_netw);
disp('Среднее число заявок в очереди');
qsr_netw=sum(qsr);disp(qsr_netw);
disp('Среднее время задержки в сети');
Tof_stay_netw=Qsr_netw/sum(gamma);disp(Tof_stay_netw);
disp('Среднее время задержки в очереди');
Wof_wait_netw=qsr_netw/sum(gamma);disp(Wof_wait_netw);

```

Результат работы программы:

Число изменений состояний в сети 5

Число оцениваемых вероятностей состояний 5

Характеристики 1-го узла

P0= 0.8110

Вероятности первых L состояний

0.1890 0 0 0 0

Вероятность ожидания 0

Средняя длина очереди 0

Среднее число заявок 0.1890

Характеристики 2-го узла

$P_0 = 0.8416$

Вероятности первых L состояний

0.1584 0 0 0 0

Вероятность ожидания 0

Средняя длина очереди 0

Среднее число заявок 0.1584

Характеристики 3-го узла

$P_0 = 1$

Вероятности первых L состояний

0 0 0 0 0

Вероятность ожидания 0

Средняя длина очереди 0

Среднее число заявок 0

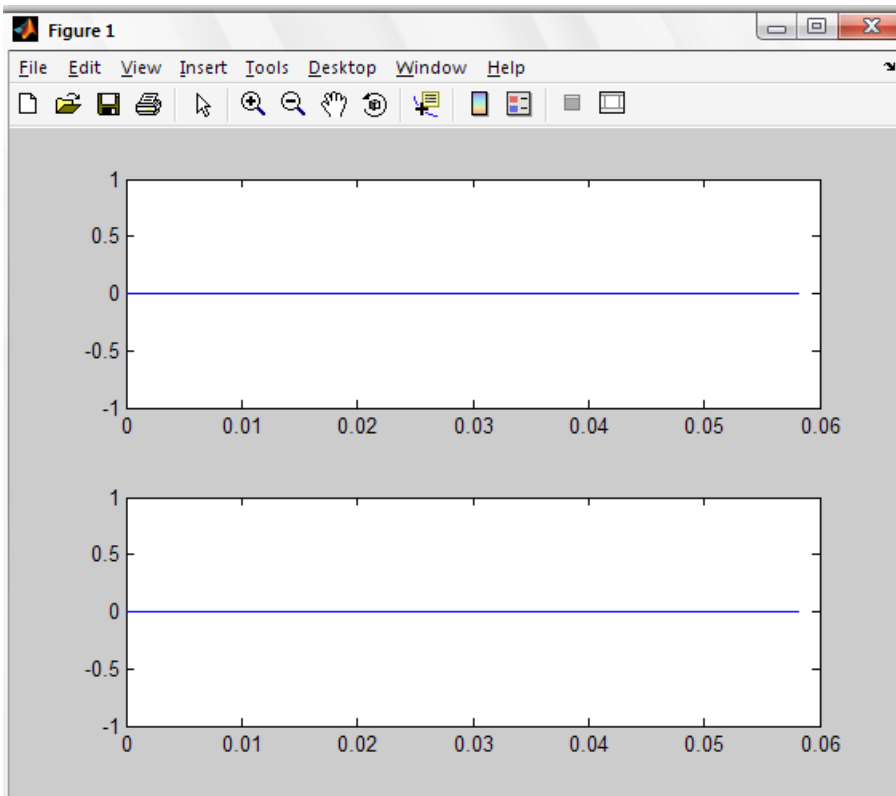
Сетевые характеристики

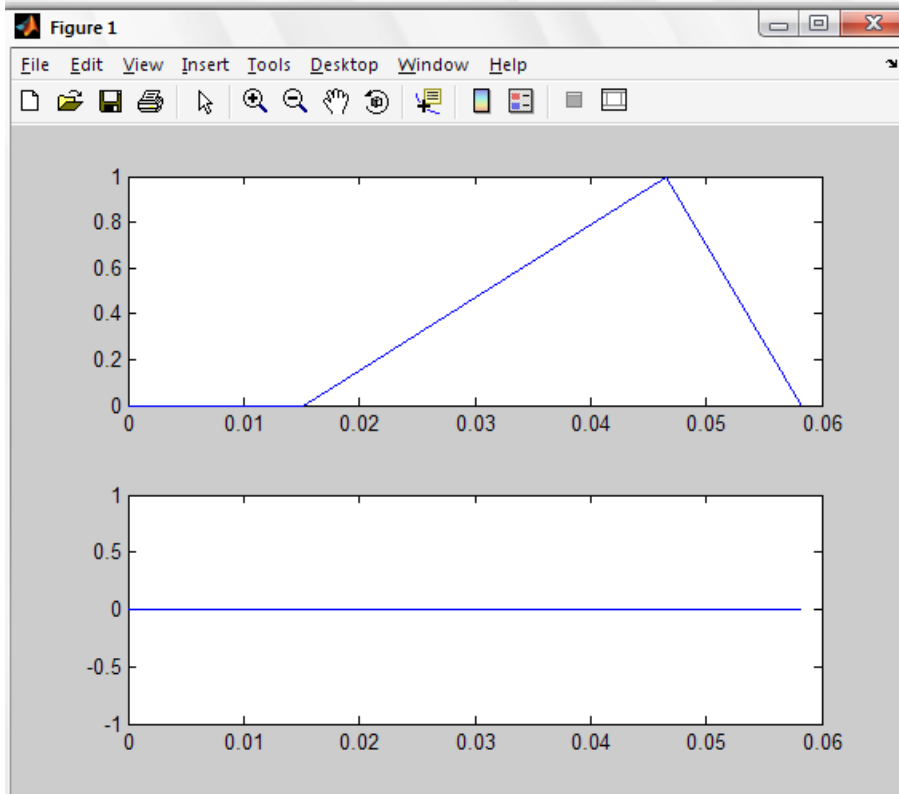
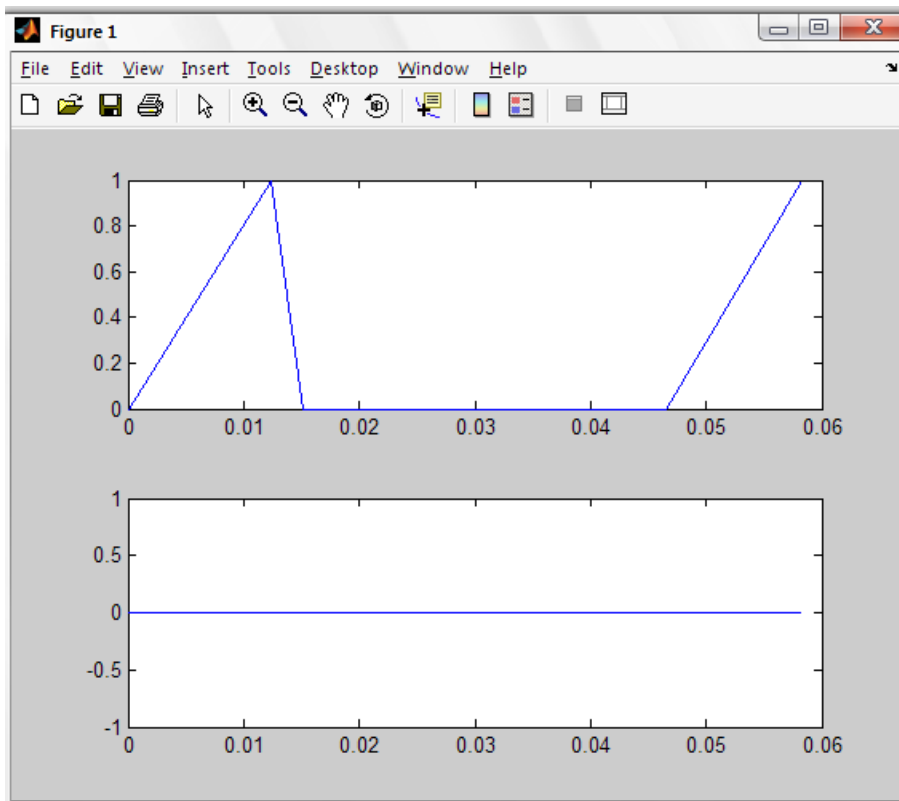
Среднее число заявок в сети 0.3475

Среднее число заявок в очереди 0

Среднее время задержки в сети 0.0404

Среднее время задержки в очереди 0





Вывод

В данной работе проведен расчет характеристик открытой экспоненциальной Сети Массового Обслуживания, состоящей из трех узлов, в которую извне поступает простейший поток грузов с интенсивностью. Определены характеристики для каждого узла в отдельности, а также характеристики сети в целом.