

Петербургский Государственный Университет Путей Сообщения

Лабораторная работа №7

“Расчет замкнутых марковских СеМО»”

Вариант - 8

Выполнил:
студент группы ПВТ-711
Круглов В.А.

Проверил:

Санкт-Петербург
2010 год

Цель работы

1. Расчет в системе MATLAB характеристик замкнутой экспоненциальной СеМО, состоящей из трех узлов, в которой циркулирует K заявок. Интенсивность обслуживания в узлах $\mu = (\mu_1, \mu_2, \mu_3)$ и число приборов $m = (m_1, m_2, m_3)$. При этом матрица маршрутизации имеет вид:

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & 1 - p_{11} - p_{12} \\ p_{21} & p_{22} & 1 - p_{21} - p_{22} \\ p_{31} & p_{32} & 1 - p_{31} - p_{32} \end{pmatrix}$$

2. Смоделировать в MATLAB работу замкнутой экспоненциальной СеМО согласно номеру варианта лабораторной работы по расчёту замкнутой СеМО. Построить графики числа заявок и длины очереди в узлах сети, рассчитать на основе моделирования характеристики, и сравнить эти характеристики с полученными при теоретическом расчёте.

Заданы следующие значения перечисленных характеристик:

$$p_{11} = 0, p_{12} = 3/4, p_{21} = 1/2, p_{22} = 0, p_{31} = 3/5, p_{32} = 2/5$$

$$K = 6, \mu = (3.4, 1.8, 3.8), m = (3, 4, 1)$$

Краткие теоретические сведения

В замкнутой СеМО $[M|M|m]^N$, состоящей из N узлов, циркулирует Только K заявок, переходящих для обслуживания из узла в узел СеМО и соответствии с вероятностями, задаваемыми матрицей маршрутизации $P = \|p_{ij}\|$. Это отвечает замкнутой экспоненциальной сети, у которой

$$\gamma_i = 0, \quad \sum_{j=1}^N p_{ij} = 1, \quad i = 1, \dots, N$$

Время обслуживания каждым из m_i приборов узла i имеет показательное распределение с параметром μ_i .

Расчет характеристик замкнутых марковских СеМО

М-программа для формирования матрицы состояний сети

```
function L = diaf(K,N)
if K==0
    x=1;
else
    x=prod(1:N+K-1)/prod(1:N-1)/prod(1:K);
end;
if N==1
    L=K;else
    if N==2
        L=[0:K;K:-1:0]';
    else
        L=zeros(x,N);
        s=0;
        for r=0:K
            j=N-1;
            if r==0
                xx=1;
            else
                xx=prod(1:j+r-1)/prod(1:j-1)/prod(1:r);
            end;
            L(s+1:xx+s,1:j)=diaf(r,j);
            L(s+1:xx+s,j+1)=(K-r)*ones(xx,1);
            s=xx+s;
        end;
    end;
end;
```

Код программы по расчёту замкнутых Марковских СеМО

```
m=[3 4 1];
mu=[3.4 1.8 3.8];
K=6;
N=length(m);
P=[0 3/4 1/4;
   1/2 0 1/2;
   3/5 2/5 0];
disp('Расчет показателей замкнутой сети Джексона');
E=eye(N-1,N-1);
lam2_N=P(1,2:N)/(E-P(2:N,2:N));
lambda=[1,lam2_N];
rho=lambda./mu;
Nsost=prod(1:N+K-1)/prod(1:K)/prod(1:N-1);
disp('Число возможных состояний сети равно');
disp(Nsost);
k=diag(K,N);
Psost_net=ones(1,Nsost);
for j=1:Nsost
    for i=1:N
        x=1:k(j,i);
        xx=ones(1,k(j,i))*m(i);
        slavel=min(x,xx);betta=prod(slavel);
        Psost_net(j)=Psost_net(j)*rho(i)^k(j,1)/betta;
    end;end;
Psost_net=Psost_net/sum(Psost_net);
for j=1:Nsost
    disp('Вероятность состояния'),disp(k(j,:)),disp('равна');
    disp(Psost_net(j));
end;
Psost=zeros(N,K+1);Pw=zeros(1,N);
Qsr=zeros(1,N);qsr=zeros(1,N);z=zeros(1,K+1);
for i=1:N
    for j=0:k
        l=find(k(:,i)==j);
        n=length(l);
        for s=1:n
            Psost(i,j+1)=Psost(i,j+1)+Psost_net(l(s));
        end;
    end;
    disp('Характеристики'),disp(i),disp('-го узла');
    disp('Вероятности состояний 0,..., '),disp(K);
    disp(Psost(i,:));
    Pw(i)=1-sum(Psost(i,1:m(i)));
    disp('Вероятность ожидания');
    disp(Pw(i));
    j=0:K;Qsr(i)=j*(Psost(i,:));
    disp('Среднее число заявок');disp(Qsr(i));
    qsr(i)=max(z,j-m(i))*(Psost(i,:));
    disp('Средняя длина очереди');disp(qsr(i));
end;
```

Результаты, полученные при расчёте замкнутых Марковских СеМО

Расчет показателей замкнутой сети Джексона

Число возможных состояний сети равно 28

Вероятность состояния	0	0	6 равна	0.3546
Вероятность состояния	0	1	5 равна	0.3546
Вероятность состояния	1	0	5 равна	0.0127
Вероятность состояния	0	2	4 равна	0.1773
Вероятность состояния	1	1	4 равна	0.0127
Вероятность состояния	2	0	4 равна	2.2587e-004

Вероятность состояния	0	3	3 равна	0.0591
Вероятность состояния	1	2	3 равна	0.0063
Вероятность состояния	2	1	3 равна	2.2587e-004
Вероятность состояния	3	0	3 равна	2.6874e-006
Вероятность состояния	0	4	2 равна	0.0148
Вероятность состояния	1	3	2 равна	0.0021
Вероятность состояния	2	2	2 равна	1.1294e-004
Вероятность состояния	3	1	2 равна	2.6874e-006
Вероятность состояния	4	0	2 равна	3.1974e-008
Вероятность состояния	0	5	1 равна	0.0037
Вероятность состояния	1	4	1 равна	5.2735e-004
Вероятность состояния	2	3	1 равна	3.7646e-005
Вероятность состояния	3	2	1 равна	1.3437e-006
Вероятность состояния	4	1	1 равна	3.1974e-008
Вероятность состояния	5	0	1 равна	3.8041e-010
Вероятность состояния	0	6	0 равна	9.2342e-004
Вероятность состояния	1	5	0 равна	1.3184e-004
Вероятность состояния	2	4	0 равна	9.4114e-006
Вероятность состояния	3	3	0 равна	4.4790e-007
Вероятность состояния	4	2	0 равна	1.5987e-008
Вероятность состояния	5	1	0 равна	3.8041e-010
Вероятность состояния	6	0	0 равна	4.5260e-012

Характеристики 1-го узла

Вероятности состояний 0,..., 6
0.9650 0 0 0 0 0 0
Вероятность ожидания 0.0350
Среднее число заявок 0
Средняя длина очереди 0

Характеристики 2-го узла

Вероятности состояний 0,..., 6
0.3675 0 0 0 0 0 0
Вероятность ожидания 0.6325
Среднее число заявок 0
Средняя длина очереди 0

Характеристики 3-го узла

Вероятности состояний 0,..., 6
0.0011 0 0 0 0 0 0
Вероятность ожидания 0.9989
Среднее число заявок 0
Средняя длина очереди 0

Компьютерное моделирование замкнутых марковских СеМО

Код программы по моделированию замкнутых Марковских СеМО

```
m=[3 4 1];
mu=[3.4 1.8 3.8];
K=6;
N=length(m);
P=[0 3/4 1/4; 1/2 0 1/2; 3/5 2/5 0];
Num=input('Число изменений состояний в сети');
t=zeros(1,Num);
Qt=zeros(N,Num);
```

```

v=zeros(1,N);
l=ones(1,N);
TIME=zeros(N,K+1);
P_slave=(cumsum(P'))';
Qt(1,1)=5;
for i=1:Num-1
    for j=1:N
        if Qt(j,i)==0
            v(j)=Inf;
        else
            v(j)=-log(rand)/(mu(j)*min(m(j),Qt(j,i)));
        end;end;
        [delta_time,j]=min(v);
        t(i+1)=t(i)+delta_time;
        for k=1:N
            TIME(k,l(k))=TIME(k,l(k))+delta_time;
        end;
        Qt(j,i+1)=Qt(j,i);
        r=min(find(P_slave(j,:)-rand>0));
        if r~=j
            Qt(j,i+1)=Qt(j,i)-1;
            Qt(r,i+1)=Qt(r,i)+1;
            l(r)=Qt(r,i+1)+1;
        end;
        l(j)=Qt(j,i+1)+1;
    end;
    for j=1:N
        plot(t,Qt(j,:));
        pause;
    end;
    Psost=TIME/t(Num);
    Qsr=zeros(1,N);qsr=zeros(1,N);
    z=zeros(1,K+1);Pw=zeros(1,N);
    for i=1:N
        disp('Характеристики'),disp(i),disp('-го узла');
        disp('Вероятности состояний 0,..., '),disp(K);
        disp(Psost(i,:));
        Pw(i)=1-sum(Psost(i,1:m(i)));
        disp('Вероятность ожидания');
        disp(Pw(i));
        j=0:K;Qsr(i)=j*(Psost(i,:))';
        disp('Среднее число заявок');
        disp(Qsr(i));
        qsr(i)=max(z,j-m(i))*(Psost(i,:))';
        disp('Средняя длина очереди');
        disp(qsr(i));
    end;

```

Результат, полученный при моделировании замкнутых Марковских СеМО

Характеристики 1-го узла
 Вероятности состояний 0,..., 6
 0.0762 0 0 0.5090 0.4148 0 0
 Вероятность ожидания 0.9238
 Среднее число заявок 3.1862
 Средняя длина очереди 0.4148

Характеристики 2-го узла
 Вероятности состояний 0,..., 6
 0.0762 0.4148 0.5090 0 0 0 0
 Вероятность ожидания -2.2204e-016
 Среднее число заявок 1.4328

Средняя длина очереди 0

Характеристики 3-го узла

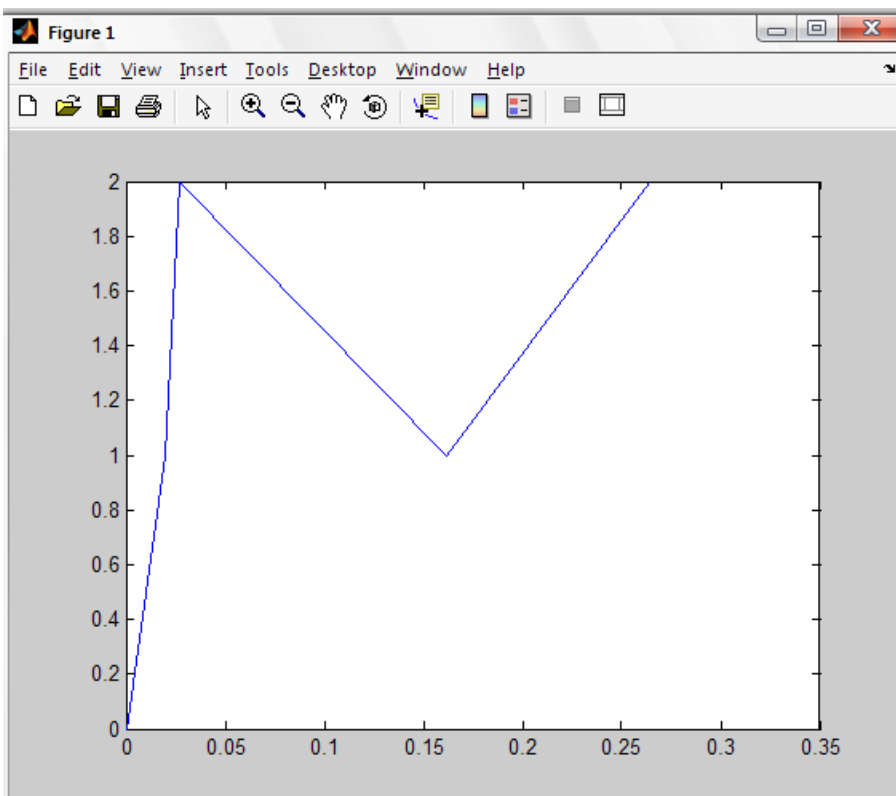
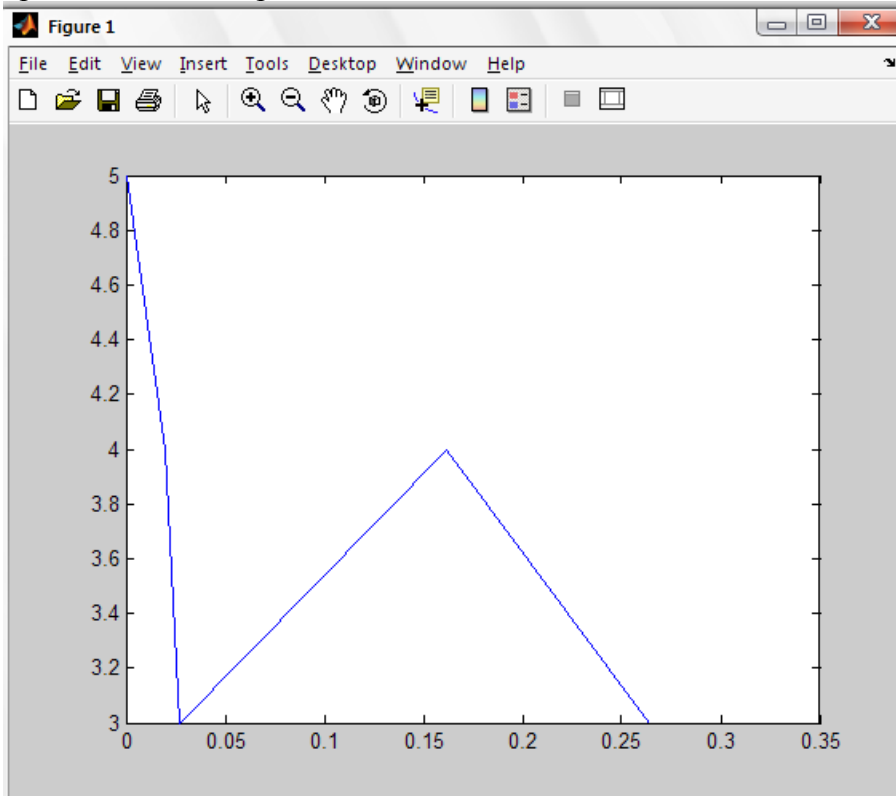
Вероятности состояний 0,..., 6

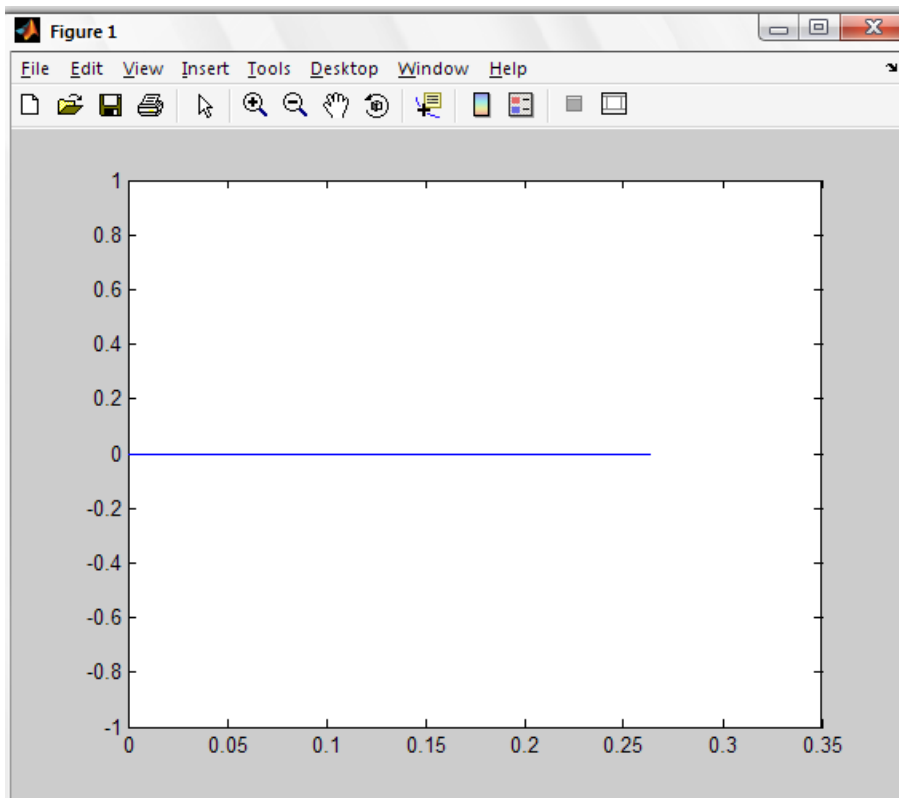
1 0 0 0 0 0 0

Вероятность ожидания 0

Среднее число заявок 0

Средняя длина очереди 0





Вывод

В данной работе был проведён анализ работы замкнутой экспоненциальной СеМО состоящей из 3-х узлов, в которой отсутствует приток клиентов извне. Вычислены основные показатели эффективности системы теоретически и статистически, используя результаты моделирования, а так же был проведён расчёт всех основных характеристик вручную.